

**Epistemological Letters 6****G. Lochak, M. Paty, P. Huguenin****Publication Date**

14-10-1900

**License**

This work is made available under a Copyright Controlled by External Host license and should only be used in accordance with that license.

**Citation for this work (American Psychological Association 7th edition)**

Lochak, G., Paty, M., & Huguenin, P. (1900). *Epistemological Letters 6* (Version 1). University of Notre Dame. <https://doi.org/10.7274/24739800.v1>

This work was downloaded from CurateND, the University of Notre Dame's institutional repository.

For more information about this work, to report or an issue, or to preserve and share your original work, please contact the CurateND team for assistance at [curate@nd.edu](mailto:curate@nd.edu).

A s s o c i a t i o n F. G o n s e t h  
I N S T I T U T D E L A M E T H O D E

E P I S T E M O L O G I C A L L E T T E R S  
L E T T R E S E P I S T E M O L O G I Q U E S  
E P I S T E M O L O G I S C H E B R I E F E

- - -

Hidden Variables and Quantum Uncertainty  
(Written Symposium, 6th Issue)

Variables cachées et indéterminisme quantique  
(Symposium écrit, 6ème livraison)

Verborgene Parameter und Quanten-Unbestimmtheit  
(Schriftliches Symposium, 6.Heft)

september 1975 septembre

Contents	Sommaire	Inhalt
12.0 P. Huguenin	- Remarques sur A. Landé: "Quantum Mechanics in a new key"	3
13.0 M. Paty	- Les tentatives récentes de vérification de la mécanique quantique	5
14.0 G. Lochak	- Paramètres cachés et probabilités cachées	41



Ce fascicule reproduit deux contributions au colloque "Un demi-siècle de mécanique quantique" (Strasbourg, 2-4 mai 1974), contributions qui concernent plus particulièrement notre sujet et qui ont été publiées dans les "Fundamenta Scientiae" (Université Louis Pasteur, Strasbourg, 1975, No 38 et 39)

Le premier décrit avec quelque détail les expériences qui ont été exécutées pour essayer de trancher entre la mécanique quantique et des théories à variables cachées. Il constitue une base indispensable et préalable à toute discussion.

Le second apporte à notre débat un élément nouveau en ce qu'il conteste le raisonnement qui fait, des expériences du type de celles proposées par Bell, un test permettant de trancher entre la mécanique quantique et des théories à variables cachées.

Cette divergence ne devrait pas nous étonner: l'interprétation de telles expériences "cruciales" est toujours très délicate et demande une grande subtilité épistémologique. On n'a pas ici le droit de se fier à des opérations formelles ou à des habitudes de pensée acquises en mécanique quantique, mais dont rien ne justifie l'extension à un autre type de théorie.

En particulier, la mécanique quantique traite la mesure de façon globale; Bohr et Heisenberg parlent de perturbation du système mesuré par l'appareil de mesure, mais, dans le formalisme, rien ne distingue une indétermination due à un manque d'information sur un système non modifié par la mesure d'une indétermination due à une perturbation incontrôlable par l'acte de la mesure.

Dans une théorie à variables cachées, il est clair que ces deux types d'indétermination doivent être distingués: celle-ci provient soit d'une connaissance insuffisante de paramètres

du système mesurant, soit de paramètres du système mesuré sur lesquels la mesure ne donne pas suffisamment de renseignements. Il est bien clair aussi qu'on ne peut pas raisonner sur un système perturbé comme s'il n'avait pas été perturbé: en particulier, si la mesure ne perturbait rien, elle sélectionnerait parmi les états possibles au moment de la mesure, un certain sous-ensemble compatible avec le résultat de la mesure. Mais ce n'est plus vrai s'il y a eu perturbation: la mesure peut alors être compatible avec un ensemble d'états qui n'est pas un sous-ensemble des états possibles avant que n'intervienne la mesure. Plus encore: l'ensemble des états perturbés possibles peut contenir des états inconciliables, et on peut être conduit à des absurdités en les supposant simultanément réalisés.

Une expérience cruciale prouve certainement quelque chose. Mais il n'est pas toujours facile de découvrir ce qu'elle a prouvé, quel genre de théorie elle a exclu, quelles suppositions elle a implicitement faites et ce qu'on peut vraiment en conclure.

C'est pourquoi nous croyons à l'utilité d'une discussion épistémologique sur les résultats des expériences menées; nous sommes donc particulièrement heureux d'avoir pu reproduire la contribution de M. Lochak; si M. Bell, M. Piron ou quelque autre voulait bien utiliser nos colonnes pour répondre à M. Lochak, nous entrerions vraiment dans le vif du sujet.

Nous remercions vivement les auteurs et les éditeurs des "Fundamenta Scientiae" qui nous ont autorisés à reproduire ces articles.

Enfin, ces deux articles sont précédés d'une lettre de M. Huguenin commentant le dernier livre de Alfred Landé "Quantum Mechanics in a new key".

F. Bonsack

12.0 P. Huguenin - Quelques remarques sur le livre d'Alfred Landé "Quantums mechanics in a new key" (Exposition Press, New York, 1973)

Cher Monsieur,

A plusieurs reprises vous m'avez demandé de vous dire ce que je pense du livre de A. Landé: "Quantum mechanics in a new key". Il n'est pas possible de répondre sans vous rendre préalablement attentif au cadre auquel je me réfère naturellement. Je vais donc commencer par vous dire ce que je crois savoir de la mécanique quantique.

L'évolution réversible des systèmes quantiques est un problème résolu. Les équations d'évolution apparaissent relativement facilement si on utilise des arguments de covariance en même temps que la "formule magique" de Planck. En revanche, l'interprétation de la fonction d'onde n'a rien d'immédiat et fait encore l'objet de longues discussions.

Je crois que la raison de ces disputes doit être cherchée dans le fait que nous ne savons pas décrire les processus irréversibles les plus simples de façon quantique. Nous ne savons donc pas décrire la préparation d'un état ni le détail de la mesure. C'est à ce niveau que l'introduction de variables cachées pourrait se révéler utile. Je n'ai, quant à moi, aucune sympathie pour cette complication supplémentaire.

Ceci dit, vous comprendrez qu'une première lecture du livre de A. Landé m'aie rempli de joie. Il s'agit d'un livre à la gloire de la bonne et solide mécanique quantique traditionnelle sans variables cachées ni mystères métaphysique. Les précautions concernant l'interprétation du photon comme quanta du champ de Maxwell donnent une impression de sérieux. Le livre à l'air facile et l'intuition physique

est soulignée.

J'ai apprécié l'interprétation de l'amplitude de probabilité comme une paramétrisation des conditions que les probabilités doivent satisfaire dans une situation réversible. Il faut probablement avoir vainement cherché soi-même l'équation d'évolution de l'amplitude de probabilité dans une situation irréversible pour apprécier ce point de vue!

Une lecture plus attentive montre que cet ouvrage est en réalité très difficile. L'auteur est malheureusement très imprécis dans l'énoncé des hypothèses utilisées. Les assertions appelées théorèmes ne font jamais l'objet d'une démonstration véritable. L'unicité des solutions proposées n'est jamais discutée.

En conclusion je dirais que le livre de A. Landé n'est pas l'ouvrage révolutionnaire qu'il aurait pu être. J'ai eu cependant beaucoup de plaisir à confronter mes idées à celles de l'auteur et je ne saurais faire mieux que de vous recommander de le lire vous-même!

En espérant avoir répondu à vos vœux je vous prie d'agréer, cher Monsieur, mes salutations les meilleures.

P. Huguenin

- 13.0 M. Paty - Les tentatives récentes de vérification de la mécanique quantique (reproduit des FUNDAMENTA SCIENTIAE publiés par l'Université Louis Pasteur, Strasbourg, no 39, 1975)

"What is needed now is a hypothetical tentative approach, to attempt both by theory and by experiment to inquire into the conditions in which quantum mechanics might break down, to reveal a new structure of physical law and a new order in physical movement. Experiments devised in order to study questions raised in such an inquiry could, in principle, falsify the basic principles of quantum mechanics and show the need for new ones".

D. Bohm, J. Bub, Rev. Mod. Phys. 38, 1966, 469

TABLE

- 1 - Introduction
- 2 - Le paradoxe EPR et le théorème de Bell
- 3 - Mesures successives de la polarisation du photon
- 4 - Corrélations  $\gamma$ - $\gamma$  dans l'annihilation du positronium
- 5 - Corrélations  $\gamma$ - $\gamma$  dans les desexcitations atomiques en cascade
- 6 - Mécanique Quantique ou variables cachées ?

## 1. - INTRODUCTION

La Mécanique Quantique possède depuis près de cinquante ans une situation bien assise ; forte de sa cohérence interne et de ses multiples succès dans de nombreux domaines de la physique, elle apparaît comme une théorie extrêmement puissante dont on ose à peine mettre en doute la complétude ou les principes. Aucune expérience (parmi la multitude de celles qui ont été effectuées depuis sa fondation) ne l'a contredite (du moins jusque récemment, comme on le verra) et toute théorie à prétention plus "fine" peut en conséquence paraître superflue. Cependant les problèmes posés par son interprétation ont suscité des hypothèses alternatives dont celle des variables cachées est la plus connue - et celle dont le sens est le plus immédiat. Les exigences qu'elle reprend font suite aux objections soulevées dès 1935 par Einstein, Podolsky et Rosen. C'est donc par un rappel de celles-ci que nous commencerons cet exposé, en brossant ensuite rapidement le cheminement qui conduit d'une théorie des variables cachées compatible avec la détermination statistique de la Mécanique Quantique, à la démonstration récente de l'incompatibilité dans certains cas de ces deux représentations (théorème de Bell). Parallèlement, des expériences étaient effectuées et interprétées en fonction des développements théoriques ; périodiquement reprises et affinées, elles avaient jusqu'ici confirmé les prédictions de la Mécanique Quantique. Des résultats récents semble remettre en cause cette belle certitude. A vrai dire, pris ensemble, les résultats sont contradictoires ; d'autres expériences sont déjà annoncées ici et là. Tel est le paradoxe de cette Mécanique, si puissante dans l'analyse des structures infiniment petites de la matière au moyen de la technologie la plus "sophistiquée", de se prêter à la remise en cause la plus radicale dans des expériences de type simple.

## 2. - LE PARADOXE EPR ET LE THEOREME DE BELL

### 2.1 Le paradoxe EPR

L'objection soulevée en 1935 par Einstein, Podolsky et Rosen (1-6), et connue sous le nom de paradoxe EPR, est basée sur l'affirmation d'un réalisme spécifique : selon celui-ci, chaque élément de réalité physique est représenté par une quantité correspondante dans une théorie physique complète. Le critère suffisant de représentation de la réalité physique est formulé ainsi : si la valeur d'une quantité physique peut être prédite avec certitude, sans perturber le système, alors il existe un élément de réalité physique correspondant à cette quantité. Partant de ces bases, les auteurs désirent prouver que la Mécanique Quantique est insuffisante, en montrant qu'elle ne peut proposer une description complète de tous les facteurs physiques, ou éléments de réalité, d'un système considéré. Remarquons d'emblée que ces assertions contiennent des hypothèses implicites sur la réalité physique, hypothèses dont N. Bohr dans sa réfutation (7-8) montra qu'elles sont incompatibles avec les conceptions de la théorie quantique : ces hypothèses sont que le monde est séparable en "éléments de réalité" distincts, et d'autre part que la quantité correspondant à chaque élément ainsi séparé est définie mathématiquement de manière précise (2).

Considérons avec EPR deux observables A et B, correspondant, d'après l'hypothèse, à des éléments de réalité A et B. Prenons-les non commutables : si la théorie est complète, il n'existe pas d'éléments de réalité simultanés A et B, puisque A et B n'ont pas de définition précise simultanée. Si l'on mesure B, il y a donc destruction des éléments de réalité A, ce qui peut s'expliquer par l'intervention de l'appareil de mesure. Mais cette interprétation s'évanouit s'il est possible de mesurer B sans intervention d'un appareil de mesure. Dans ce cas, A étant bien défini et B étant mesuré sans altérer A, les éléments de réalité

$\mathcal{A}$  et  $\mathcal{B}$  doivent exister en même temps : on a alors une contradiction entre les prétentions de la Mécanique Quantique à représenter la réalité et la supposition de ce que le critère de réalité adopté par EPR caractérise toute théorie complète.

On peut pour cela imaginer une expérience simple. Prenons par exemple la Gedankenexperiment exposée par Bohm (2). Une molécule de spin nul se scinde en deux atomes U et V de spin  $\frac{1}{2} \hbar$  chacun, sans que le moment angulaire total soit modifié. Après la séparation, les spins des deux atomes sont évidemment corrélés ; la fonction d'onde prédite par la Mécanique Quantique a la forme :  $\psi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (u_+ v_- - u_- v_+)$ , où u et v se réfèrent respectivement aux atomes U et V, et + et - à l'orientation de chacun des spins. Dans le cas d'un mélange vrai ou de première espèce (où chacun des atomes correspondrait à un vecteur d'état bien défini) on aurait une combinaison de  $\psi_0$  et

$$\psi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (u_+ v_- + u_- v_+)^*$$

En raison de la corrélation, la mesure d'une composante (par exemple x) du spin de U,  $U_x$ , fournit la valeur de  $V_x$ , égale et opposée. La mesure de  $U_x$  est donc une mesure indirecte de  $V_x$ , qui ne détruit pas l'état de V. Il lui correspond alors un élément de réalité  $\mathcal{A}$  qui préexistait évidemment à la mesure sur U. Mais on peut raisonner de même pour les trois composantes du spin v. Si les postulats de EPR sont vrais, il s'ensuit que des éléments de réalité existent dans le second atome V,  $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$ , qui correspondent à une définition simultanée des trois composantes de v. Or, la fonction d'onde  $\psi_v$  ne peut, selon la Mécanique Quantique, spécifier que l'une de ces composantes avec précision puisque  $v_x, v_y$  et  $v_z$  ne commutent pas. La conclusion, dans la perspective EPR, est que la fonction d'onde ne fournit par une description complète de tous les

\*  $\psi_1$  est la composante de la fonction d'onde pour  $J = 1$  et  $J_z = 0$ . Un mélange impropre, ou de deuxième espèce, est défini au contraire comme mélange de systèmes n'ayant pas de vecteurs d'états bien définis (ce qui, pour anticiper, est le cas ici).

éléments de réalité de l'atome V. Il convient donc de rechercher une description complète, en termes de variables cachées par exemple, qui constitueraient une sous-structure déterministe sous jacente : un état quantique serait un ensemble statistique d'états à variables cachées.

On connaît la réfutation par Bohr du paradoxe (7,8). Les hypothèses implicites du raisonnement précédent, à savoir la séparation des éléments de réalité et la précise définition mathématique des quantités qui leur correspondent, sont contradictoires avec les hypothèses fondamentales de la Mécanique Quantique. Pour Bohr la Mécanique Quantique concerne l'interaction de "microsystèmes" avec l'appareil de mesure, et non leur caractère intrinsèque. Les variables ne sont définies précisément que par référence à leur interaction avec notamment un instrument de mesure. Ce que la fonction d'onde  $\psi_0$  exprime, est "la propagation de potentialités corrélées" (D. Bohm (2)). En d'autres termes, le mélange constitué par U et V est impropre de deuxième espèce). En demeurant dans une perspective réaliste, on doit conclure que la réalité relative à U et V est non-séparable, ces deux systèmes ayant été en interaction dans le passé.

Si nous avons insisté sur le rappel de cet exemple classique, c'est qu'il illustre bien la tendance de toutes les démarches ultérieures, aussi bien que les fondements du problème posé. Au vrai dire une preuve de ce que la théorie quantique exclut le recours à des variables cachées avait été avancée dès 1932 par J. von Neumann. Mais cette preuve ne parut pas toujours suffisamment probante, et fut reprise par divers auteurs (10-11), l'un des derniers en date étant J. S. Bell (12), qui montre que toutes ces réfutations s'appuyaient sur des hypothèses trop restrictives.

Shared with permission of Association Ferdinand Brunet, the first to publish Epistemological Letters, CC BY-NC-ND

La réfutation du paradoxe EPR ou les arguments du type de Von Neuman n'enlèvent pas tout sens à la recherche d'autres théories supposées plus complètes que la Mécanique Quantique, dont on peut ne pas accepter tous les axiomes de base (13). Celle-ci étant cependant adéquate à un immense ensemble de phénomènes, les théories à variables cachées avancées depuis lors (14-16) se proposaient de reproduire statistiquement les résultats de la Mécanique Quantique. (Le modèle proposé plus récemment par Bohm et Bub (13) prévoit des incompatibilités excepté dans certains cas. Le couplage dans un certain laps de temps, qui peut être court, des variables cachées avec les variables quantiques ordinaires engendrerait une "randomization" - étalement au hasard - des premières qui les rendrait inobservables après ce temps).

## 2.2 Le théorème de Bell sur les variables cachées locales

Les théories à variables cachées généralement proposées sont supposées s'accorder avec les prédictions de la Mécanique Quantique. Les preuves de Von Neumann, Jauch et Piron, Gleason, ne concernent que des types restrictifs de théories à variables cachées, dont elles démontrent l'incompatibilité avec la Mécanique Quantique. Bell a montré que les preuves avancées ne s'appliquaient pas à toutes les théories à variables cachées possibles (12); il a pu démontrer par ailleurs que si l'on réduit les hypothèses sur celles-ci à la simple localité, alors il est possible de mettre en contradiction la Mécanique Quantique et la famille entière des théories à variables cachées locales (21). L'importance du théorème de Bell réside d'une part dans cette généralisation, et d'autre part en ce qu'il se prête à une vérification expérimentale. Cette dernière se présente dès lors comme un test aussi bien des théories à variables cachées locales que de la Mécanique Quantique.

Le théorème de Bell porte sur une expérience de pensée (Gedankenexperiment). Son extension à des expériences réalisables a été proposée par la suite (23). Des tests expérimentaux avaient été effectués auparavant pour vérifier diverses prédictions relatives aux variables cachées : nous les discuterons plus bas ; ils étaient en fait insuffisants pour tester des prédictions du type de celles de Bell. Des expériences plus fines étaient nécessaires. Avant d'en venir à celles-ci, nous rappellerons l'énoncé des inégalités exprimant le théorème de Bell.

On se place d'un point de vue local : deux appareils A et B, (du type Stern et Gerlach par exemple) sont éloignés l'un de l'autre de telle façon que les résultats de mesure de l'un ne peuvent dépendre de l'autre. Supposons que a soit le

paramètre de l'appareil A et b celui de B : par exemple des angles de rotation de polariseurs. Supposons en outre que le résultat de la mesure soit de type binaire (la réponse est oui ou non, c'est-à-dire par exemple + 1 ou - 1 : mesure d'orientation du spin). On a alors :

$$A(a) = \pm 1 \quad B(b) = \pm 1 \quad (1)$$

La Mécanique Quantique fournit la probabilité d'avoir  $A(a) = + 1$  ou  $- 1$ , et de même pour  $B(b)$ , mais elle ne peut rien dire de plus. Supposons l'existence d'une variable cachée locale, continue,  $\lambda$ , qui complète la description, détermine le phénomène, et en particulier la corrélation entre  $A$  et  $B$ .

Alors, on a encore :

$$A(a, \lambda) = \pm 1 \quad B(b, \lambda) = \pm 1 \quad (2)$$

mais cette fois-ci la valeur + 1 ou - 1 est déterminée suivant les valeurs de  $\lambda$ .

Soit  $\rho(\lambda)$  la densité de probabilité de  $\lambda$  dont le domaine de définition est  $\Lambda$  (on a  $\int_{\Lambda} \rho(\lambda) d\lambda = 1$ ). Les valeurs moyennes de  $A$  et  $B$ , ainsi que la fonction de corrélation, sont :

$$\begin{aligned} P_A(a) &= \langle A(a, \lambda) \rangle = \int d\lambda \rho(\lambda) A(a, \lambda) \\ P_B(b) &= \langle B(b, \lambda) \rangle = \int d\lambda \rho(\lambda) B(b, \lambda) \\ P(a, b) &= \langle A(a, \lambda) B(b, \lambda) \rangle = \int d\lambda \rho(\lambda) A(a, \lambda) B(b, \lambda) \end{aligned} \quad (3)$$

La localité exige que  $A(a, \lambda)$  soit indépendant de  $b$  et que  $B(b, \lambda)$  soit indépendant de  $a$ .

On considère une autre direction de mesure correspondant au paramètre  $c$ . On peut définir la fonction de corrélation  $P(a, c)$  sur le type de (3). Introduisons la détermination des corrélations : pour une valeur  $b'$  de  $a$ , on définit les régions  $\Lambda_+$  et  $\Lambda_-$  de  $\Lambda$  telles que :

$$\begin{aligned} \lambda \in \Lambda_+ & \text{ si } A(b', \lambda) = + B(b, \lambda) \\ \lambda \in \Lambda_- & \text{ si } A(b', \lambda) = - B(b, \lambda) \end{aligned} \quad (4)$$

Par des considérations simples basées sur les relations (2) et (3), on montre que :

$$|P(a,b) - P(a,c)| \leq 2 - P(b',b) - P(b',c) \quad (5)$$

L'inégalité (5) est relative au cas des variables cachées locales. La Mécanique Quantique prédit, quant à elle, une fonction de corrélation

$$P(a,b) := \langle \vec{\sigma} \cdot \vec{a} \rangle \langle \vec{\sigma} \cdot \vec{b} \rangle = -\vec{a} \cdot \vec{b} \quad (6)$$

Si l'on porte (6) dans (5), et si l'on prend par exemple :

$$\vec{b} = -\vec{b}, \vec{a} \perp \vec{b}, \text{ on a :}$$

$$|\vec{a} \cdot \vec{c}| < 2 - b^2 - bc \quad (7)$$

Soit  $\theta$  l'angle entre les directions  $b$  et  $c$  (angle entre deux directions du polariseur  $B$ ). (7) devient :

$$|\sin\theta| \leq 1 - \cos\theta \quad (8)$$

L'inégalité qui n'est en général pas satisfaite. Pour  $\theta$  petit, par exemple, elle donne  $\theta \leq \frac{\theta^2}{2}$ , ce qui est faux. Il y a donc contradiction entre les prédictions des théories à variables cachées locales et la Mécanique Quantique.

Une généralisation de la relation de Bell a été proposée (23), l'inégalité (5) qui s'écrit :

$$|P(a,b) - P(a,b')| + P(a',b) + P(a',b') \leq 2 \quad (9)$$

été étendue en :

$$|P(a,b) - P(a,b')| + |P(a',b) + P(a',b')| \leq 2 \quad (10)$$

(Pour une discussion du théorème de Bell, cf. les références 22, 23, 24, 25, 26 etc...)

Il faut noter que les inégalités ci-dessus restent valides si l'on suppose que les paramètres cachés ne sont pas les mêmes pour les particules arrivant en  $A$  et en  $B$  (25).

### 2.3 Des Gedankenexperimenten aux expériences réelles.

---

C'est en termes de Gedankenexperiment que l'on a le plus souvent abordé le problème des tests possibles des théories à variables cachées. Quelques vérifications expérimentales ont cependant été tentées, ou plus exactement, du moins jusqu'à l'énoncé du théorème de Bell, des données expérimentales ont été interprétées en fonction de ces théories : c'est le cas par exemple de l'expérience de Wu et Shakhov (31) étudiée par D. Bohm pour servir de test à une théorie possible (20). Les expériences ultérieures, de Kocher et Commins (32), de Papaliolos (33), et celles qui ont suivi, se proposaient explicitement le problème des variables cachées. En fait, relativement aux prédictions de Bell, aucune des expériences citées n'était assez fine, comme nous le verrons.

Clauser et al. ont proposé les premiers de vérifier les relations de Bell, c'est-à-dire de décider entre la Mécanique Quantique et les variables cachées locales, en adaptant les inégalités à une situation expérimentale réellement possible. Imaginons que A et B soient chacun un filtre\* de photons suivi d'un détecteur.  $A(a)$  et  $B(b)$  sont égaux à +1 s'il y a détection de photons, et à -1 s'il n'y a pas détection.

Si les taux de comptage sont significatifs, alors les  $P(a,b)$  sont donnés directement par ceux-ci : les inégalités (5) sont vérifiables directement.

Si les taux de comptage direct sont trop faibles (efficacité d'effet photo-électrique trop petite), il faut utiliser le taux de détection en coïncidence,  $R(a,b)$ , proportionnel à la probabilité que  $A(a) = +1$ ,  $B(b) = +1$ , à condition de faire l'hypothèse supplémentaire que la probabilité de détection simultanée en A et B est indépendante de  $a$  et  $b$ . On normalisera les quantités par rapport au taux de coïncidence sans filtres\* en A et B. Prenons le cas d'une expérience avec émission de  $2\gamma$ , arrivant chacun en A et en B. Soit  $R(a,b)$  le taux de coïncidence pour les

\* "filtre" s'applique ici à l'état de polarisation : il s'agit d'un polariseur, dans ce cas précis.

### 3. MESURES SUCCESSIVES DE LA POLARISATION DU PHOTON

Ce n'est qu'en raison du plan suivi relativement aux diverses méthodes expérimentales que nous considérons en premier l'expérience de Papaliolos (33) : elle n'a pas encore donné lieu à des reprises, et ses résultats sont sans surprise. D'autre part elle se propose de traiter un modèle - ou plutôt une famille de modèles - de variables cachées, celui de Bohm et Bub (13), dont la problématique peut sembler particulièrement intéressante (cf. également ref. 25, pp. 177-193), et qui s'offre sous certaines conditions à la vérification expérimentale, indépendamment des inégalités de Bell.

Considérons le modèle de Bohm et Bub. Un système à deux états quantiques est constitué par le photon, avec ses deux états de polarisation (ou une combinaison linéaire de ceux-ci). Ces états peuvent être étudiés par une mesure à l'aide de polariseurs linéaires. Chaque état étant représenté par  $|a_1\rangle$  et  $|a_2\rangle$ , la fonction d'onde du photon est  $\psi = \psi_1|a_1\rangle + \psi_2|a_2\rangle$ ,  $\psi_1$  et  $\psi_2$  étant des nombres complexes tels que  $|\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 = 1$ . Supposons qu'à chaque photon est également associé un couple de variables cachées  $\xi_1$  et  $\xi_2$  telles que  $|\xi_1|^2 + |\xi_2|^2 = 1$ , et que les conditions de normalisation soient maintenues dans le processus qui relie les  $\psi_i$  aux  $\xi_i$  au cours des processus de mesure. Si  $|\psi_1|$  et  $|\xi_1|$  sont connus, la théorie déclare que le résultat de la mesure S est complètement prédit. Si, juste avant la mesure,  $|\psi_1| > |\xi_1|$ , on aura  $\psi = |a_1\rangle$ . Si c'est le contraire :  $|\psi_1| < |\xi_1|$ , on aura  $\psi = |a_2\rangle$ . Si  $\xi_1$  est distribué uniformément dans le plan complexe on retrouve le résultat classique de la Mécanique Quantique.

Si le temps de mesure est suffisamment court,  $\xi_1$  reste à peu près constant. Le temps de relaxation des  $\xi_1$  est situé à  $\sim 10^{-13}$  cm, pour un ensemble de systèmes. Cette théorie est donc vérifiable dans la mesure où le temps de relaxation est

paramètres  $a$  et  $b$ ,  $R_0$  le taux lorsque les polariseurs en  $A$  et en  $B$  sont enlevés,  $R_1(a)$  celui lorsque le polariseur en  $b$  est enlevé,  $R_2(b)$  celui lorsque le polariseur en  $a$  est enlevé.

On a alors (23) :

$$P(a,b) = \frac{4R(a,b)}{R_0} - \frac{2R_1(a)}{R_0} - \frac{2R_2(b)}{R_0} + 1 \quad (11)$$

En portant dans (5), on obtient l'inégalité entre quantités expérimentales ( $R_1(a)$  et  $R_2(b)$  doivent normalement être des constantes, si en l'absence de corrélation il n'y a pas de direction privilégiée) :

$$|R(a,b) - R(a,c)| + R(b',b) + R(b',c) - R_1 - R_2 \leq 0 \quad (12)$$

ou encore :

$$|R(\alpha) - R(\alpha + \beta)| + R(\gamma) + R(\beta + \gamma) - R_1 - R_2 \leq 0 \quad (13)$$

si l'on considère une expérience dans laquelle on mesure seulement des différences entre les paramètres  $a, b$ , etc..., en prenant  $\alpha \equiv b-a$ ,  $\beta \equiv c-b$ ,  $\gamma \equiv b-b'$ , c'est-à-dire

$$|R(\alpha) - R(\alpha + \beta)| \leq 2 - R(\gamma) - R(\beta + \gamma) \quad (14)$$

Nous passerons dans ce qui suit diverses expériences en revue. Nous les classerons suivant les méthodes et pour chaque méthode, s'il y a lieu, nous rappellerons l'historique des tests effectués à la lumière des exigences apportées par le théorème de Bell.

suffisamment grand par rapport au temps de mesure.

Expérimentalement, on utilise un ensemble de 3 polariseurs linéaires consécutifs ; on mesure la variation de transmission avec la rotation du dernier polariseur (c'est-à-dire avec l'angle  $\theta$ , cf. fig. 1). Les photons, à la sortie du deuxième polariseur B, sont dans un état quantique bien défini, et ont des variables "cachées" bien définies. C est placé suffisamment près de B pour que  $\xi_1$  n'ait pas eu le temps d'effectuer sa relaxation ( $t \approx 7.5 \times 10^{-14}$  sec.).

D'après la théorie, les photons qui sortent de B sont tels que  $|\psi_1| > |\xi_1|$ , ( $\psi_1 = \sin \epsilon$ ). B définit donc  $\xi_1$ . Dans la région II, on connaît tout du photon :  $\psi = |b_1\rangle$ ,  $|\xi_1| < \sin \epsilon$ . (Si  $\epsilon$  est petit, on connaît  $\xi_1$ , avec davantage de précision). On montre que pour les photons qui passent dans la région III, on doit avoir :

$$\frac{\text{tg}(\frac{\pi}{4} - \theta)}{1 - \text{tg}^2(\frac{\pi}{4} - \theta)} > \text{tg} \epsilon \tag{15}$$

qui est le cas si  $\frac{\pi}{4} - \theta > \epsilon$

d'autres termes, si  $0 < \theta < \frac{\pi}{4} - \epsilon$ , il y a transmission certaine ;  
si  $\frac{\pi}{4} + \epsilon < \theta < \frac{\pi}{2}$ , il y a absorption certaine.

prend  $\epsilon = 10^\circ$   $\left\{ \begin{array}{l} \theta < 35^\circ \text{ transmission certaine dans III} \\ \theta > 55^\circ \text{ absorption certaine} \\ \text{entre les deux, loi linéaire} \end{array} \right.$

On fait varier  $\theta$  par pas de  $10^\circ$ , de  $0^\circ$  à  $90^\circ$

- 1) avec B et C au contact,
- 2) avec B et C séparés par  $76 \times 10^{-4}$  cm.

Les résultats (fig.2) sont en accord avec la Mécanique Quantique

1% près mais peuvent être compatibles avec la théorie de Bohm

Bub si le temps de relaxation des variables cachées  $\xi_1$  est court :  $\tau < 2.4 \times 10^{-14}$  sec. (pour un temps de mesure de  $5 \times 10^{-14}$  sec.)

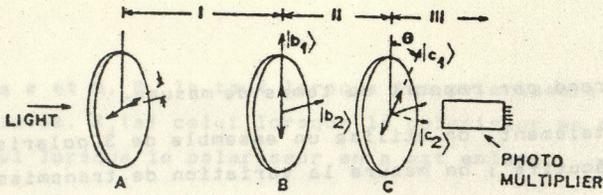


Fig. 1

Expérience de Papaliolos (réf. 33).

Sur le schéma, les flèches épaisses indiquent la direction de polarisation transmise par chaque polariseur. Les flèches relatives à  $|b_1\rangle$  et  $|b_2\rangle$  indiquent la direction de polarisation pour les états propres du polariseur B et  $|c_1\rangle$  et  $|c_2\rangle$  pour les états propres du polariseur C. L'angle  $\epsilon$  est égal à  $10^\circ$ .

Les polariseurs linéaires A, B, C sont tels que B définit la "variable cachée"  $\xi_1$ ;  $\xi_1$  est connu par la précision sur l'angle  $\epsilon$  défini par, A qui est petit :

$$|\sin \epsilon| = |\psi_1| > |\xi_1|$$

A la sortie de B,  $\psi_1$  et  $\xi_1$  sont connus, donc on connaît l'état du photon gamma dont la fonction d'onde est  $\psi_1 = |b_1\rangle$ . La distance BC est suffisamment petite pour que  $\xi_1 \sim$  constante. On peut donc prédire le rapport du taux de transmission dans la région III (voir fig. 2).

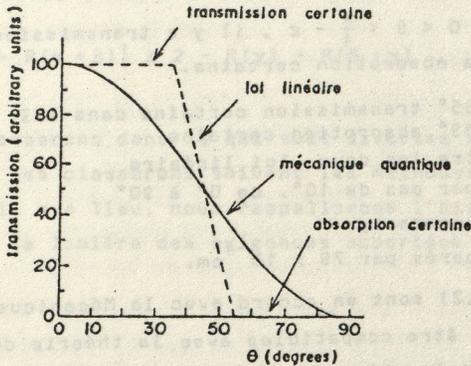


Fig. 2

Expérience de Papaliolos : résultats (pris de réf. 33).

La courbe en traits pleins montre la transmission, en fonction de l'angle  $\theta$ , prédite par la Mécanique Quantique (proportionnelle à  $\cos^2 \theta$ ). La courbe en pointillés est celle que prédit la théorie de Bohm et Bub pour  $\epsilon = 10^\circ$ . Les données sont en accord avec la Mécanique Quantique à 1% près.

#### 4. CORRELATIONS $\gamma$ - $\gamma$ DANS L'ANNIHILATION DU POSITRONIUM

Considérons la réaction  $e^+e^- \rightarrow \gamma_1\gamma_2$  où l'état initial a un spin 0 (état s). (On suppose que la contribution de l'état  $S = 1$  est négligeable). La Mécanique Quantique prévoit que  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont polarisés à angle droit l'un par rapport à l'autre. Le système des  $2\gamma$  est dans un état  $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_1 - \phi_2)$ , avec  $\phi_1 = C_1^x C_2^y \phi_0$ ,  $\phi_2 = C_1^y C_2^x \phi_0$ ,  $\phi_0 =$  état du vide,  $C_1^k =$  opérateur de création du  $\gamma_1$  d'impulsion dirigée suivant  $z$  et de polarisation linéaire suivant  $k$  ( $k = x, y$ ). Selon la Mécanique Quantique,  $\phi_1$  et  $\phi_2$  sont orthogonaux.

Dans une théorie à variables cachées, chacun des états de  $\gamma_1$  et de  $\gamma_2$  est bien déterminé, et pas seulement leur ensemble.

##### 4.1 Expérience de Wu et Shaknov [31] (1950).

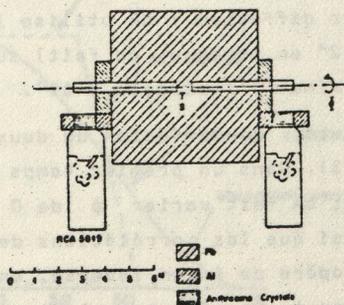
On utilise, comme source de positrons, du  $Cu^{64}$ , produit par excitation de  $Cu$  par des deutons (au cyclotron de Columbia). La source  $Cu^{64}$  est entourée de plomb. Deux minces canaux dans des directions opposées définissent le passage des  $\gamma$  à  $3^\circ$  près. Comme ces  $\gamma$  ont des énergies de 510 kev, on ne peut mesurer leur polarisation que par leur diffusion : on utilise leur diffusion Compton à environ  $90^\circ$  ( $82^\circ$  en moyenne, en fait) sur de l'aluminium. La théorie prévoit un maximum d'isotropie à  $82^\circ$ .

Soit  $\phi$  l'angle azimutal de diffusion du deuxième  $\gamma$  par rapport au premier (fig.3). Dans un premier temps on garde le premier détecteur fixé et on fait varier  $\phi$  de 0 à  $360^\circ$  par pas de  $90^\circ$ . (On ne teste ainsi que les corrélations de polarisation angle droit). Puis on opère de façon inverse, en fixant le deuxième et faisant varier  $\phi$ . On effectue ainsi des séries de mesures en alternance. La difficulté de cette expérience réside dans la déperdition de signification statistique entre la polarisation linéaire du photon et sa diffusion Compton.

Soit  $R$  le rapport du taux de comptage quand les deux compteurs sont à  $90^\circ$  l'un de l'autre au taux de comptage quand les deux compteurs sont coplanaires.

Pour le dispositif expérimental adopté, la Mécanique Quantique prévoit  $R_{M.Q} = 2$  ; le résultat de mesure est :  $R_{exp} = 2.04 \pm 0.008$ . L'accord est donc excellent avec les prédictions de la Mécanique Quantique, et en contradiction avec divers modèles de variables cachées (20).

Cette expérience ne peut toutefois rien dire sur le théorème de Bell : les  $\gamma$  ne sont pas sujets à une décision binaire. On peut donc envisager que la même valeur théorique  $R_{th} = 2$  soit prédite par une théorie à variables cachées (cf. p. ex. ref. 27). Il faut noter d'autre part que la formule de diffusion Compton requise par le dispositif expérimental est elle-même fournie par la Mécanique Quantique (cf. ref. 6, p. 127). De fait, la plupart des calculs faits dans l'hypothèse EPR admettent les concepts de la Mécanique Quantique, ce qui diminue la portée de la "vérification" ; nous y reviendrons.



#### Expérience de Wu et Shaknov

$S$  est la source ( $Cu^{64}$ ). Les photons émis dans le canal sont diffusés sur l'Aluminium. On les détecte à  $90^\circ$ . L'angle  $\varphi$  varie par pas de  $90^\circ$ .

#### 4.2 Expérience de L. Kasday [27].

Les positrons émis par une source radioactive sont arrêtés et annihilés dans du cuivre. On sélectionne une direction d'émission des  $\gamma$  à l'aide d'un collimateur en plomb ; les photons subissent une diffusion Compton en  $S_1$  et  $S_2$  (voir fig. 4) et parviennent aux détecteurs  $D_1$  et  $D_2$ , qui mesurent leur énergie. On peut faire varier la différence  $\phi$  des angles azimutaux  $\phi_1$  et  $\phi_2$ . Le comptage maximum est attendu selon la Mécanique Quantique pour  $\phi = 90^\circ$ , minimal pour  $\phi = 0^\circ$  ; entre les deux il doit varier en  $1 - A \cos 2\phi$ .

Expérimentalement, R est défini comme un produit de probabilités conditionnelles :

$$R_{\text{exp}}(\phi_1, \phi_2) = \left( \frac{N}{N_S} \right) / \left( \frac{n_1}{N_S} \cdot \frac{n_2}{N_S} \right)$$

- avec  $N$  = nombre de fois où les 2  $\gamma$  font une diffusion Compton  
 $N_S$  = nombre de fois où les 2  $\gamma$  font une diffusion Compton et sont détectés  
 $n_1$  = nombre de fois où les 2  $\gamma$  font une diffusion Compton et le 1<sup>er</sup> seulement est détecté  
 $n_2$  = nombre de fois où les 2  $\gamma$  font une diffusion Compton et le 2<sup>e</sup> seulement est détecté.

La figure 5 montre les résultats : R est bien ajusté en fonction de  $\phi$  par la courbe attendue. Une analyse plus fine peut être effectuée en tenant compte de la répartition des énergies des photons diffusés. Si on se limite aux photons diffusés sans presque aucune perte d'énergie, on peut distinguer les prédictions de la Mécanique Quantique, celles des inégalités de Bell (limite supérieure) et celles de la théorie de Bohm-Aharonov. Les résultats sont alors sans ambiguïté en faveur de la Mécanique Quantique : sans discrimination des photons diffusés, ils pouvaient être en accord avec celle-ci mais aussi avec les inégalités de Bell. (cf fig. 5 b et c).

Mais l'affirmation d'une impossibilité de toute théorie à variable cachée locale exigerait en même temps la certitude que la relation entre polariseur idéal et polariseur Compton, fournie par la Mécanique Quantique - en admettant la possibilité d'un polariseur idéal - est vraie : l'auteur conclut donc prudemment que son expérience ne saurait trancher véritablement le problème des variables cachées locales.

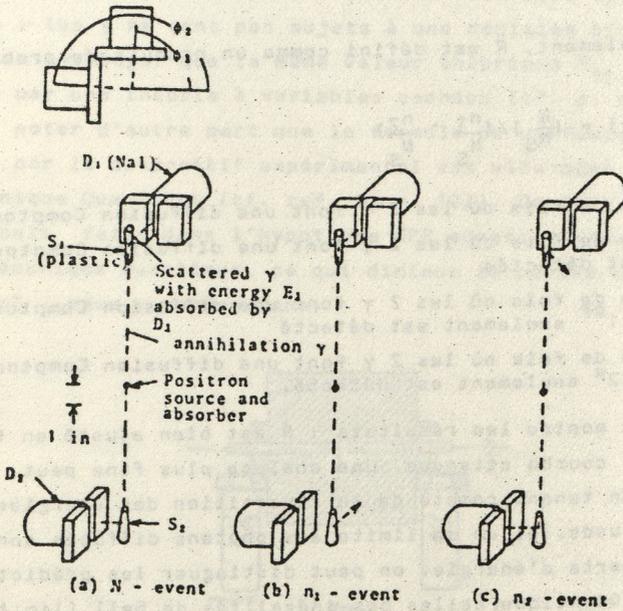
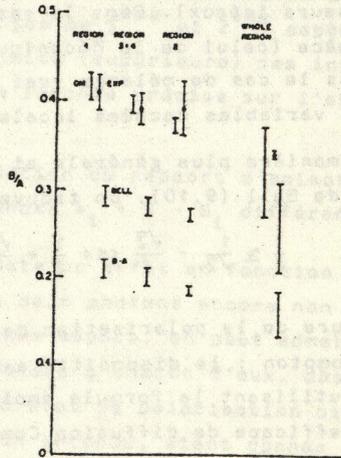
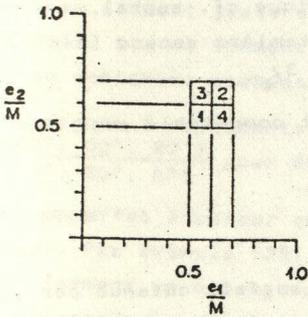
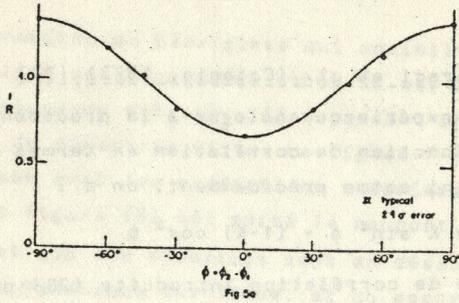


Fig. 4

Expérience de Kasday (réf. 27)

Vue schématique du dispositif expérimental. On n'a pas représenté le collimateur de Plomb.

- a) Schéma d'un événement à coïncidence quadruple .
- b) et c) Schéma d'un événement à coïncidence triple .



Résultats de l'expérience de Kasday (réf. 27).

- a. Variation du taux R en fonction de l'angle azimutal relatif. Les données sont en accord avec les prédictions de la Mécanique Quantique, du type  $A + B \cos 2\phi$ , où A et B sont ajustables.
- b. Régions d'énergie choisies pour l'étude de B/A. Les quantités  $e_1$  et  $e_2$  sont les énergies des photons diffusés. M est la masse de l'électron.
- c. Comparaison des résultats expérimentaux et des prédictions théoriques : mesure du rapport B/A pour les régions 1, 3+4, 2, e l'ensemble des régions. QM indique les prédictions de la Mécanique Quantique, BELL les limites supérieures des inégalités de Bell, B-A la limite supérieure de l'hypothèse de Bohm et Aharanov. EXP indique les résultats expérimentaux.

4.3 Expérience de Faraci et al. (Catania, 1973) [34]

Il s'agit d'une expérience analogue à la précédente, se proposant d'étudier la fonction de corrélation en termes de variables cachées.  $\phi$  étant défini comme précédemment, on a :

$$W(\phi) = K \sin^2 \phi + (1-K) \cos^2 \phi \quad (16)$$

$K$  étant une constante de corrélation introduite (28) pour exprimer la probabilité d'observer la paire de  $\gamma$  dans des états de polarisations linéaire orthogonale. (Cette formule est relative à des polariseurs idéaux). Dans le cas de mélange impropre ou de seconde espèce (celui de la Mécanique Quantique cf. supra),  $k = 1$  ; dans le cas de mélange vrai ou de première espèce (cas supposé des variables cachées locales),  $k = 3/4$ .

D'une manière plus générale si (16) est compatible avec les inégalités de Bell (9,10), on trouve que

$$\frac{1}{7} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{4} < K < \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} \approx \frac{6}{7} \quad (17)$$

La mesure de la polarisation des  $\gamma$  est en fait obtenue par diffusion Compton : le dispositif expérimental est représenté en fig. 6. En utilisant la formule empirique de Klein-Nishijima pour la section efficace de diffusion Compton, on obtient la fonction de corrélation de  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  en coïncidence, qui remplace la formule (16) :

$$W(\theta_1, \theta_2, \phi) \sim K_1^2 K_2^2 \left\{ \gamma_1 \gamma_2 - \gamma_1 \sin^2 \theta_2 - \gamma_2 \sin^2 \theta_1 + 2 \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \times \right. \\ \left. \times \left[ (2K-1) \sin^2 \phi + (1-K) \right] \right\} \quad (18)$$

avec  $\gamma_i = \frac{K_i}{K_0} + \frac{K_0}{K_i}$  ;  $K_0$  et  $K_i$  : nombres d'ondes entrant et sortent ( $i=1,2$ ) ;  $\theta_1$  et  $\theta_2$  : angles de diffusion de  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  ;  $\phi$  : angle azimutal.

On mesure les taux de comptage en coïncidence  $N(\theta_1, \theta_2, \phi)$  entre les scintillateurs  $S_1$ ,  $S_2$  (scintillateurs plastiques, diffuseurs Compton) et  $R_1$  et  $R_2$  (scintillateurs  $Na I$ ). La source de  $e^+$

est du  $^{22}\text{Na}$  entourée de plexiglass qui annihile les  $e^+$ . Le temps de résolution en coïncidence est de 30 ns.  $N(\theta_1, \theta_2, \phi)$  constitue une mesure de  $W(\theta_1, \theta_2, \phi)$  moyennant une correction pour les effets de géométrie finie. La figure 7 compare les résultats expérimentaux avec les prédictions théoriques pour  $\frac{N(\theta, \theta, 90^\circ)}{N(\theta, \theta, 0^\circ)}$ ; en figure (8) est porté le rapport  $\frac{N(60^\circ, 60^\circ, \phi)}{N(60^\circ, 60^\circ, 0^\circ)}$ . La conclusion est que les résultats sont en désaccord avec les prédictions de la Mécanique Quantique, et en accord avec la limite supérieure des inégalités de Bell.

Il faut remarquer que ces résultats sont à mi-chemin des des prédictions relatives aux mélanges de 1<sup>ère</sup> et 2<sup>ème</sup> espèce; comme ils se situent juste sur la limite (supérieure) des inégalités de Bell, ils ne donnent pas une réponse précise sur l'existence ou non de variables cachées.

La figure 9 représente la variation du rapport d'anisotropie  $R = \frac{N(60^\circ, 60^\circ, 90^\circ)}{N(60^\circ, 60^\circ, 0^\circ)}$  pour des distances  $\lambda_1 = S - S_1$  différentes.

On peut en effet supposer qu'il existe un effet en fonction des distances. Par exemple (20), si les deux photons encore non séparés forment un mélange de deuxième espèce, on peut admettre qu'un processus (caché) fait correspondre à chacun d'eux, dès qu'ils sont suffisamment séparés, un état de polarisation bien défini (relié à celui de l'autre bien entendu, étant donnée leur relation passée). La distribution de l'ensemble étant supposée uniforme sur toutes les directions individuelles, on obtient en fait un résultat statistique. Ce type d'explication pourrait rendre compte de l'effet observé sur la figure 9. Pour des  $\lambda_1$  très asymétriques ( $\lambda_1 = 5.5\text{cm}$ ,  $\lambda_2 = 34\text{cm}$ ), on se trouve en accord avec un mélange de 1<sup>ère</sup> espèce. Il est clair que ce genre d'effets devraient être testés dans l'avenir de façon très détaillée.

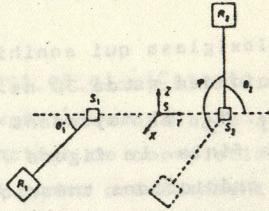


Fig. 6

Expérience de Faraci et al. (réf. 35).  
Schéma du dispositif expérimental.  $S_1$  et  $S_2$  sont des scintillateurs et diffuseurs Compton.  $R_1$  et  $R_2$  (cristaux de  $\text{NaI}$ ) sont placés aux angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . La source  $S$  est du  $\text{Na}^{22}$ .

$$R = \frac{N(\theta, 0, 90^\circ)}{N(\theta, 0, 0^\circ)} R$$

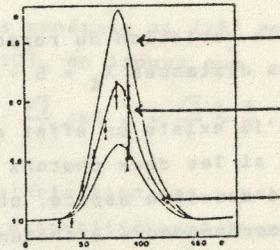


Fig. 7

Mécanique Quantique  
( $K = 1$ )

Limite supérieure des  
inégalités de Bell  
( $\lambda = \frac{6}{7}$ )

Mélange de 1<sup>ère</sup> espèce  
( $\lambda = \frac{3}{4}$ )

Expérience de Faraci et al. (réf. 35).  
Rapport d'anisotropie en fonction de l'angle de diffusion. Les courbes théoriques sont indiquées sur la figure.

$$R(\psi) = \frac{N(\psi, 0, 90^\circ, \phi)}{N(\psi, 0, 0^\circ, \phi)}$$

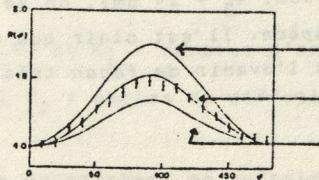


Fig. 8

Mécanique Quantique

Limite supérieure de Bell

Mélange de 1<sup>ère</sup> espèce

Expérience de Faraci et al. (réf. 35).  
Corrélation de direction en fonction de l'angle azimutal.

chemins symétriques  
 $\lambda_1 = \lambda_2 = 5.5/10/20$  cm

chemins dissymétriques  
 $\lambda_1 = 6, \lambda_2 = 13$  cm

chemin dissymétrique  
 $\lambda_1 = 5.5, \lambda_2 = 34$  cm

Existence possible d'un effet en relation avec la distance du diffuseur par rapport à la source.

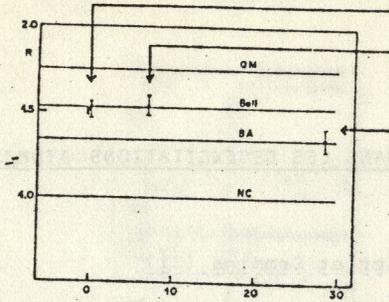


Fig. 9

$$\Delta\lambda = |\lambda_1 - \lambda_2| \text{ en cm.}$$

$$(\lambda_1 = s - s_1)$$

Expérience de Faraci et al. (réf. 35).

Rapport d'anisotropie  $\theta_1 = \theta_2 = 60^\circ$  en fonction de la différence des parcours des deux photons.

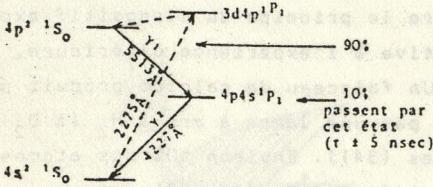


Fig. 10

Expérience de Freedman et Clauser (réf. 34).

Schéma de niveaux du Calcium. En pointillé : processus d'excitation jusqu'à  $4p^2 1S_0$ .

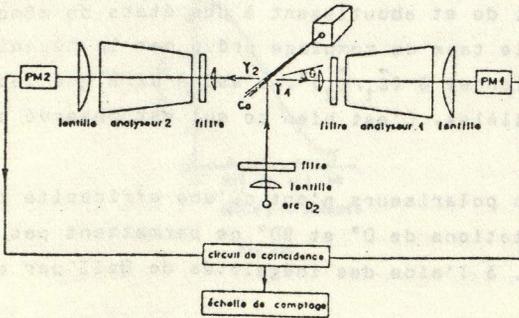


Fig. 11

Ibid. Schéma du dispositif expérimental.



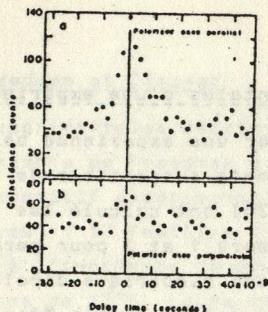


Fig. 12

Expérience de Kocher et Commins (réf. 32).

Taux de comptage en coïncidence en fonction du temps, montrant la corrélation de polarisation.

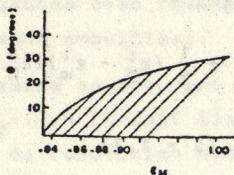


Fig. 13

Définition des exigences expérimentales pour tester les inégalités de Bell (d'après réf. 23). Voir texte, paragraphe 5-2.

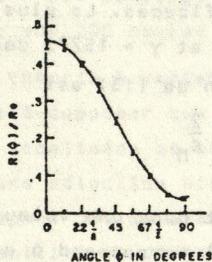


Fig. 14

Expérience de Freedman et Clauser (réf. 34).

Taux de coïncidence (normalisé) en fonction de l'angle phi entre les polariseurs. La courbe indique les prédictions de la Mécanique Quantique, corrigée pour les conditions expérimentales (efficacités des polariseurs et limitations d'angle solide).

### 5.2 Conditions expérimentales d'une expérience décisive [34]

Il s'agit d'effectuer une expérience basée sur le même principe que la précédente, mais susceptible de tester les relations (12) et (13). Clauser et al. (23) ont calculé les efficacités que devaient avoir les polariseurs 1 et 2 pour permettre de tester ces relations. Pour une cascade électrique dipolaire du type précédent, le taux de comptage prédit par la Mécanique Quantique,  $\frac{R(\phi)}{R_0}$  ( $\phi$  étant l'angle entre les axes de polariseurs), est donné en fonction de  $\theta$  (demi-angle d'ouverture des détecteurs), de  $\epsilon_M^i$  (efficacité du polariseur  $i$ ,  $i = 1, 2$ , lorsque la lumière est polarisée parallèlement à l'axe de polarisation) et  $\epsilon_m^i$  (efficacité du polariseur  $i$ , lorsque la lumière est polarisée perpendiculairement à l'axe) :

$$\frac{R(\phi)}{R_0} = \frac{1}{4} (\epsilon_M^2 + \epsilon_m^1)(\epsilon_M^2 + \epsilon_m^2) + \frac{1}{4} (\epsilon_M^1 - \epsilon_m^1)(\epsilon_M^2 - \epsilon_m^2) F_1(\theta) \cos 2\phi \quad (19)$$

$$\frac{R_i}{R_0} = \frac{1}{2} (\epsilon_M^i + \epsilon_m^i) \quad (i = 1, 2)$$

$F_1(\theta)$  est une fonction qui représente la dépolarisation due à la non-colinéarité des photons. Elle est égale à 1 pour un angle d'ouverture infinitésimal.

Pour mettre en évidence la violation de (13) il suffit donc de disposer de polariseurs efficaces. La plus grande violation a lieu pour  $\alpha = 22^\circ 5$ ,  $\beta = 45^\circ$  et  $\gamma = 157^\circ 5$  dans le cas considéré.

La condition de violation de (13) est

$$\sqrt{2} F_1(\theta) + 1 > \frac{2}{\epsilon_M}$$

Pour  $F_1(\theta)$  donné, il faut donc une valeur minimum de  $\epsilon_M$ . Une limite inférieure de  $F_1(\theta)$  correspond à une limite supérieure de  $\theta$  : la courbe de la figure 13 définit la région (du bas) caractérisant une expérience décisive.

### 5.3 Expérience de Freedman et Clauser

Les conditions expérimentales décrites ci-dessus ont été réalisées dans l'expérience de Freedman et Clauser (34). La figure 11 décrit le dispositif expérimental. Les polariseurs sont à "empilement de plaques" : 10 feuilles de verres de 0.3 mm d'épaisseur inclinées à l'incidence de Brewster. Ils sont rotatifs et tournent par pas de 22°5. Leurs efficacités sont :

$$\epsilon_M^1 = 0.97 \pm 0.01 \qquad \epsilon_m^1 = 0.038 \pm 0.004$$

$$\epsilon_M^2 = 0.96 \pm 0.01 \qquad \epsilon_m^2 = 0.037 \pm 0.004$$

L'angle d'ouverture  $\theta$  est 30° ; la fonction correspondante prend la valeur  $F_1(30^\circ) \sim 0.99$

On alterne les mesures avec rotations et les mesures sans polariseurs (ceux-ci sont amovibles).

Après les polariseurs se trouvent des photomultiplicateurs pour détecter  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  ; un circuit électronique réalise la coïncidence (le temps de résolution est de 1.5 ns ; compte tenu de ce que l'état intermédiaire du calcium a une durée de vie de  $\tau = 5ns$ , la fenêtre de coïncidence peut être aussi petite que 8 ns.).

L'expérience nécessite un long run, étant donné le faible taux de comptage (0.3 - 0.1 comptage par seconde sans polariseurs) : les résultats portent sur 200 heures de run.

Considérons une théorie à variables cachées locales quelconques. Elle revient à supposer que les deux photons se propagent comme des particules localisées et séparées, que chacun subit à chaque polariseur une sélection binaire (transmission ou non), et que celle-ci ne dépend pas de l'autre polariseur. Supposons en outre que la probabilité de détection d'un photon est indépendante de son passage ou non par un polariseur. Ces hypothèses équivalent à poser les inégalités (caractéristiques de théories à variables cachées locales) :

$$-1 \leq \Delta(\phi) \leq 0 \quad \text{avec} \quad \Delta(\phi) = \frac{3R(\phi)}{R_0} - \frac{R(3\phi)}{R_0} - \frac{R_1 \cdot R_2}{R_0} \quad (20)$$

Pour  $\theta$  suffisamment petit et des efficacités de polariseurs très bonnes, (19) et (20) sont contradictoires pour un certain domaine de  $\phi$ . La violation maximale de (20) est attendue pour

$$\phi = 22^\circ 5 \quad (\Delta(\phi) > 0) \quad \text{et} \quad \phi = 67^\circ 5 \quad (\Delta(\phi) < -1)$$

Pour ces valeurs, (20) est équivalent à (21) :

$$\delta = \left| \frac{R(22^\circ 5)}{R_0} - \frac{R(67^\circ 5)}{R_0} \right| - \frac{1}{4} \leq 0 \quad (21)$$

La figure 14 montre le résultat obtenu : les points expérimentaux coïncident avec les prédictions de la Mécanique Quantique. La quantité  $\delta$  est :  $\delta_{\text{exp}} = 0.050 \pm 0.008$ , en contradiction avec (21).

Cette expérience conclut donc à l'absence de théorie à variables cachées locales.

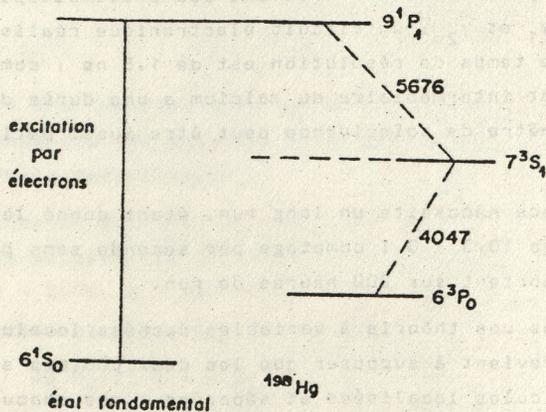


Fig. 15

Expérience de Holt (d'après réf. 36).

Transition 1-1-0 du Mercure :  $9^1P_1 \rightarrow 7^3S_1 + 6^3P_0$ .

L'état intermédiaire  $7^3S_1$  est à  $J=0, M=1, 0 - 1$ . (3 états dégénérés). La transition passe seulement par les états  $M = \pm 1$  (puisque  $\Delta M = 1$ ).

#### 5.4 Expérience de Holt

La désexcitation utilisée est cette fois relative à l'atome de mercure  $^{198}\text{Hg}$ . Le schéma des niveaux est représenté sur la figure 15. Il faut noter qu'il s'agit ici de la première observation de ce type de transition, et la même expérience a pu déterminer en outre la durée de vie du niveau intermédiaire  $7^3\text{S}_1$ . (évaluée à  $8.2 \pm 0.2$  ns.). Les atomes de mercure sont excités au niveau  $1^9\text{P}_1$  à l'aide d'électrons d'une centaine d'électron-volts (temps de collision  $\leq 10^{-14}$  s. environ). Le dispositif expérimental est esquissé en figure 16.

Les inégalités de Bell s'écrivent ici :

$$-\frac{1}{4} \leq \frac{R(67^\circ 1/2) - R(22^\circ 1/2)}{R_0} \leq \frac{1}{4} = 0.250$$

La Mécanique Quantique prédit :

$$\frac{R_{\text{QM}}(67^\circ 1/2) - R_{\text{QM}}(22^\circ 1/2)}{R_0} = 0.269$$

Le résultat expérimental (150 heures de "run") est le suivant :

$$\frac{R(67^\circ 1/2) - R(22^\circ 1/2)}{R_0} = 0.216 \pm 0.013$$

La corrélation observée est donc moindre que celle que prédit la Mécanique Quantique : le résultat expérimental diffère de celle-ci par quatre écarts, et se trouve dans l'intervalle permis par les inégalités de Bell.

Une étude extrêmement soignée des possibilités d'erreurs systématiques a été effectuée : il serait trop long de les discuter ici en détail. L'auteur déclare en fin de compte que "la précision statistique est certainement suffisante pour permettre de dire qu'il y a un désaccord avec la Mécanique Quantique".

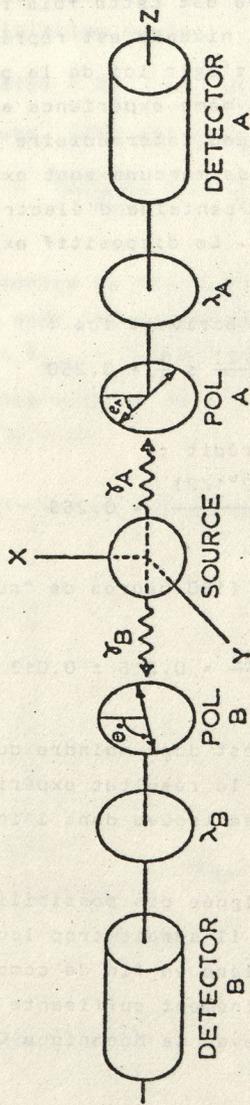


Fig.16

Schéma du dispositif de l'expérience de Holt (tiré de réf. 36).

6. MECANIQUE QUANTIQUE OU VARIABLES CACHEES ?

En résumé, les expériences portant sur les vérifications de la Mécanique Quantique, en référence aux inégalités de Bell pour les théories à variables cachées locales, proposent des résultats contradictoires. Parmi les expériences étudiées dans cet exposé, deux sont en faveur de la Mécanique Quantique, tandis que deux autres semblent la contredire. Cette situation conflictuelle se retrouve dans les deux types principaux d'expériences envisagées : celles portant sur les corrélations de polarisation des photons émis dans l'annihilation  $e^+e^-$  (pour la Mécanique Quantique : Kasday, contre : Faraci et al.) ; celle sur les corrélations des photons émis dans les désexcitations atomiques en cascade (pour la Mécanique Quantique : Freedmann et Clauser, contre : Holt).

Une expérience d'un autre type, portant sur les corrélations de spin dans la diffusion proton-proton, dont les résultats sont présentés à ce même colloque, conclut à un accord avec la Mécanique Quantique (37).

Le bilan actuel des expériences conçues pour tester les inégalités de Bell, est donc le suivant : trois se prononcent pour la Mécanique Quantique, et deux contre.

La situation est donc nouvelle par rapport à l'unanimité antérieure sur les prédictions de la Mécanique Quantique dans les processus les plus variés. La Mécanique Quantique aurait-elle désormais révélé ses limites, ou plus exactement les limites de son domaine d'application ? Cela ne serait pas a-priori impensable, s'il est vrai que toute théorie est relative à un domaine limité - quoique aux limites parfois fort éloignées - , cette théorie fût-elle aussi puissante que la Mécanique Quantique - théorie puissante, mais aux fondements peut-être fragiles.

Il peut apparaître cependant douteux qu'une théorie aussi bien établie puisse être remise en cause dans les expériences si simples. Et à vrai dire, cette fragilité de la Mécanique Quantique n'est peut être qu'une apparence ; sa puissance dans nos conceptions se révèle en tout cas paradoxalement dans ces récentes mises en doute : ce n'est pas tant la Mécanique Quantique qui est questionnée en premier lieu, que le bien-fondé des résultats de ces expériences mêmes, ou de l'interprétation que l'on peut en donner.

Parmi les critiques possibles des deux expériences qui contredisent les prédictions de la Mécanique Quantique, celles sur l'expérience de Faraci et al. sont les plus fortes. Pour les résumer, notons simplement que l'état initial du système  $e^+e^-$  est supposé être tel que  $s = 0$ , ce qui, quoique raisonnable, n'a pas fait l'objet d'observation, dans le cas présent du moins ; la polarisation des photons n'a pas été mesurée directement par une expérience de type binaire, mais par diffusion Compton, ce qui introduit un transfert d'information qui peut modifier complètement les propriétés du système initial (en particulier la Mécanique Quantique est introduite par la formule de Klein-Nishijima) ; enfin, last but not the least, l'expérience en question peut présenter des erreurs systématiques qui n'ont pas été nécessairement étudiées.

Quant à l'autre expérience, celle de Holt, il est à première vue étonnant qu'elle contredise l'expérience analogue de Freedman et Clauser pour des processus très voisins. Comment expliquer des résultats aussi contradictoires ? Faut-il invoquer les difficultés inhérentes à ce type d'expérience ? Les erreurs expérimentales systématiques ont été étudiées avec minutie, et tout danger de ce côté-là paraît écarté. Mais là encore, l'état initial, ainsi que le processus de cascade peuvent n'être pas aussi simples et uniques que ce à quoi l'on s'attendrait. C'est la première fois que la cascade atomique du mercure décrite par Holt est étudiée, et bien entendu ce résultat demanderait à être corroboré par d'autres expériences. D'autre part, le niveau intermédiaire de la désexcitation de l'atome du mercure est dégénéré, et il n'est pas exclu

que des effets puissent en résulter.

Il n'est pas exclu non plus, à vrai dire, que ce processus révèle réellement une limite de la région de validité de la Mécanique Quantique...

La conclusion la plus immédiate est évidemment qu'il faut attendre des résultats expérimentaux complémentaires, voire des expériences encore affinées.

Il est en tout cas intéressant de remarquer que, cinquante ans après la fondation de la Mécanique Quantique, ses bases les plus fondamentales sont encore susceptibles de doute, et que les théories locales à variables cachées, ré-introduisant le déterminisme au sens classique, ne sont pas définitivement écartées. Cependant, les théories proposées à variables cachées susceptibles de permettre des prédictions déterministes, aussi bien que leurs réfutations théoriques et expérimentales, reposent toutes, comme on l'a récemment fait remarquer (29), sur une notion extrêmement vague de variables cachées ; celles-ci ne sont en quelque sorte que des "fantômes" susceptibles certes de ramener le déterminisme, mais sans contenu effectivement proposé : des exercices de pure raison, en quelque sorte. Les expériences écrites sont des expériences-types de Mécanique Quantique ; en particulier on ignore les conditions initiales du système dans chacune de ces expériences, pour lesquelles il se présente donc de grands éléments de hasard. D'autre part, ces expériences ne constituent pas des tests véritablement directs, les processus fondamentaux en jeu étant toujours médiatisés par d'autres phénomènes (relevant par exemple des équations de propagation, qui introduisent des éléments supplémentaires et "distordent" le phénomène initial). En sorte que l'on peut se demander dans quelle mesure ce type d'expérience est décidément probant, dans un sens ou dans l'autre.

Il me semble donc que l'on est ramené en fin de compte, malgré tout l'intérêt indéniable de ces expériences de vérification qui, améliorées dans leur principe, seront peut-être un jour véritablement des expériences "cruciales", à la discussion épistémologique, aussi ancienne que les débuts de la Mécanique Quantique, sur l'interprétation de celle-ci, la signification de ses concepts, et l'insuffisance possible de ceux dont nous disposons actuellement, qui sont peut être encore trop entachés de réminiscences de la physique classique.

Je voudrais remercier pour des informations et des discussions relatives à ce travail, les Professeurs B. D'Espagnat, C. Imbert, G. Faraci, B. Hiley et R. Lestienne.

RESUME. - Ce rapport est un essai de bilan (provisoire) des expériences portant sur la vérification de la Mécanique Quantique et sur la nécessité ou non de recourir à des variables cachées. Il commence par un rappel du fameux paradoxe EPR qui, malgré sa réfutation par Bohr, fut le point de départ des interrogations sur la complétude de la Mécanique Quantique et des théories à variables cachées, puis du théorème de Bell qui montre que les deux approches, Mécanique Quantique et variables cachées, peuvent être mises en contradiction. Nous décrivons ensuite les divers types d'expériences qui ont été effectuées sur ce sujet, portant pour la plupart sur la mesure des corrélations entre deux photons émis par un système quantique. Les résultats des expériences les plus récentes se partagent, les uns pour confirmer, les autres pour infirmer, la Mécanique Quantique. On en présente une critique et on discute les implications possibles.

REFERENCES

- 1 - A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen, Phys. Rev. 47, 777, 1935
- 2 - D. Bohm, Quantum Theory, Prentice-Hall, 1951, p. 611-623
- 3 - B. D'Espagnat, Conceptions de la Physique Contemporaine, Hermann, 1965, p. 42-50
- 4 - B. D'Espagnat, Conceptual Foundations of Quantum Mechanics, Benjamin, 1971, p. 99-138
- 5 - J.M. Jauch, Foundations of Quantum Mechanics, Addison-Wesley, 1968, p. 185-191
- 6 - C.A. Hooker, in R.G. Colodny ed., Paradigms and Paradoxes, the Philosophical Challenge of the Quantum Domain, Univ. Pittsburgh Press, 1972, p. 69-152
- 7 - N. Bohr, Phys. Rev. 48, 696, 1935
- 8 - W.H. Furry, Phys. Rev. 49, 393, 1936
- 9 - J. Von Neumann, Mathematische Grundlagen der Quanten-Mechanik, Berlin, 1932 (trad. angl. Princeton, 1955). Cf. J. Albertson, Ann. J. Phys. 29, 478, 1961
- 10 - J.M. Jauch, C. Piron, Helv. Phys. Acta, 36, 827, 1963
- 11 - A.M. Gleason, J. Math. and Mech., 6, 1957, 885
- 12 - J.S. Bell, Rev. Mod. Phys., 38, 447, 1966
- 13 - D. Bohm, J. Bub, Rev. Mod. Phys., 38, 453, 1966
- 14 - D. Bohm, Phys. Rev. 85, 166, 1952 ; D. Bohm, J.P. Vigiier, Phys. Rev. 96, 208, 1954
- 15 - L. de Broglie, Compt. Rend., 183, 447, 1926 ; 184, 273, 1927 ; 185, 380, 1927 ; L. de Broglie, Etude critique des bases de l'interprétation actuelle de la mécanique ondulatoire, Gauthier-Villars, Paris, 1963. (trad. angl. Elsevier, Amsterdam, 1964) ; etc...
- 16 - N. Wiener, A. Siegel, Nuovo Cim. Suppl. 2, . 1955
- 17 - R. Fürth, Zeits. Phys. 81, 143, 1933
- 18 - I. Fényes, Zeits. Phys. 132, 81, 1952
- 19 - W. Weizel, Zeits. Phys. 134, 264, 1953 ; 135, 270, 1953 ; 136, 582, 1954
- 20 - D. Bohm, Y. Aharanov, Phys. Rev. 108, 1070, 1957 ; Nuovo Cim. 17, 964, 1960
- 21 - J.S. Bell, Physics. 1, 195, 1965
- 22 - L. de Broglie, Compt. Rend., 278, B7, 21, 1974.
- 23 - J.F. Clauser, M.A. Horne, A. Shimony, R.A. Holt, Phys. Rev. Let. 23, 880, 1969

- 24 - F. Selleri, Lett. Nuovo Cimento, 3, 581, 1972
- 25 - V. Capasso, D. Fortunato, F. Selleri, Riv. Nuovo Cimento, 2, 149, 1970
- 26 - E.P. Wigner, cité dans ref. 25
- 27 - L. Kasday, in Foundations of Quantum Mechanics, Proc. "Enrico Fermi" Summer School II, Acad. Press, N-Y, 1971.
- 28 - J.M. Jauch, *ibid.*
- 29 - D.S. Kershaw, prepr. Univ. Maryland, 74-034, 1974
- 30 - J.S. Bell, in Foundations of Quantum Mechanics, *op. cit.*
- 31 - C.S. Wu, I. Shakhov, Phys. Rev. 77, 136, 1950
- 32 - C.A. Kocher, E.D. Commins, Phys. Rev. Lett., 18, 575, 1967
- 33 - C. Papaliolos, Phys. Rev. Lett., 18, 622, 1967
- 34 - S.J. Freedman, J.F. Clauser, Phys. Rev. Lett., 28, 938, 1972
- 35 - G. Faraci, D. Gutkowski, S. Notarrigo, A.R. Pennisi, Let. Nuovo Cim. 9, 607, 1974
- 36 - R.A. Holt, Thesis, Harvard, 1973
- 37 - M. Laméhi-Rachti, W. Mittig, communication à ce Colloque

M. Paty  
Centre de Recherches Nucléaires  
Université Louis Pasteur  
23, Rue de Loess  
F - 67037 Strasbourg Cedex

14.0 G. Lochak - Paramètres cachés et probabilités cachées  
(tiré de FUNDAMENTA SCIENTIAE no 38, 1975)

RESUME

On analyse la démonstration donnée par J.S. BELL d'une inégalité entre moyennes des grandeurs observées qui serait, selon lui, caractéristique de toute théorie locale à paramètres cachés. On montre que la démonstration de BELL repose en fait sur une hypothèse qui se trouvait déjà dans le célèbre théorème de VON NEUMANN et qui revient à admettre que les valeurs cachées des paramètres doivent obéir à la même statistique que les valeurs observées. Cette hypothèse contredisant par avance des relations statistiques connues, et certainement exactes, sur les résultats des mesures, on doit rejeter le type de théorie envisagé par J.S. BELL et son inégalité n'a pas la signification qu'il lui prête.

Depuis les débuts du développement de la Mécanique ondulatoire, divers auteurs se sont efforcés de prouver qu'elle est une théorie uniquement statistique dont les lois probabilistes seraient incompatibles avec l'existence d'un déterminisme jous-jacent. Le théorème le plus célèbre qui vise à établir ce résultat a été démontré par VON NEUMANN (1), mais il a été réfuté par M. Louis de BROGLIE en se fondant sur une analyse du schéma statistique de la Mécanique ondulatoire et sur une description précise des processus de mesure dans le cadre de la Théorie de la double solution (2)(3). D'autres arguments contre ce théorème ont été donnés par la suite dans les références (4)(5).

Bien que l'idée d'une théorie "uniquement statistique" ait encore de nombreux partisans, il semble qu'on ne s'appuie plus guère, pour la défendre, sur le Théorème de VON NEUMANN. Mais on cite fréquemment, ces dernières années, un théorème dû à J.S. BELL (6)(7), d'après lequel toute théorie locale à variables cachées devrait entraîner nécessairement une certaine inégalité entre les moyennes des grandeurs observées. Comme cette inégalité

est, selon BELL, vraie pour toute théorie locale à variables cachées et fautive en théorie orthodoxe, on tend à la prendre pour critère de choix entre les deux types de théories ; et comme une expérience récente (8)(9) paraît contredire l'inégalité, on pourrait y voir une condamnation de toute théorie à variables cachées.

L'hypothèse de "localité" de BELL revient à dire qu'il est possible d'éloigner suffisamment l'une de l'autre deux particules, pour qu'une mesure effectuée sur l'une d'elles n'affecte pas le résultat d'une mesure effectuée sur l'autre. Cette hypothèse est à notre avis légitime, mais nous devons préciser, qu'elle ne peut se concevoir qu'en admettant une extension finie des trains d'ondes associés aux particules. C'est là un point souvent souligné par M. Louis de BROGLIE (13) mais qui paraît avoir été négligé par les auteurs qui ont écrit à propos du théorème de BELL. Cependant, nous laisserons de côté cette question car le présent exposé se limite à des remarques sur des problèmes de statistiques posés par les théories à variables cachées.

Nous nous proposons de montrer ici que le raisonnement de BELL ne contient pas seulement une hypothèse sur le caractère local de la théorie, mais également une hypothèse statistique qui est exactement celle que posait VON NEUMANN dans son célèbre théorème. Il s'ensuit que les deux raisonnements tombent sous le coup de la même réfutation et la théorie de la double solution offre l'exemple d'une théorie à paramètres cachés qui est incompatible avec le raisonnement de BELL, de même qu'elle l'était avec celui de VON NEUMANN. Mais rappelons d'abord en quoi consiste le raisonnement de BELL.

Désignons par  $a$  et  $b$  deux particules de spin  $1/2$  portées initialement par un même train d'ondes et se trouvant dans un certain état quantique supposé entièrement décrit par un ensemble de paramètres cachés qu'on désigne globalement par  $\lambda$ , avec une densité de répartition  $\rho(\lambda)$ .

Supposons que, ces particules s'étant éloignées l'une de l'autre, on mesure séparément leurs spins dans deux directions désignées respectivement par  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$ . Le résultat de la première mesure, dit M. BELL, sera  $A = \pm 1$  et peut dépendre des paramètres  $\lambda$  et de la direction  $\vec{a}$ , mais non pas de la direction  $\vec{b}$  car il suppose, et c'est là son hypothèse de "localité", que les deux particules sont séparées au moment où s'effectuent les mesures. De même, dit-il, la mesure du spin de  $b$  nous donnera  $B = \pm 1$  et peut dépendre de  $\lambda$  et de la direction  $\vec{b}$ , mais non de la direction  $\vec{a}$ .

Désignant alors par  $P(\vec{a}, \vec{b})$  la valeur moyenne du produit  $AB$ , BELL pose par définition :

$$(1) \quad P(\vec{a}, \vec{b}) = \int d\lambda \rho(\lambda) A(\vec{a}, \lambda) B(\vec{b}, \lambda)$$

Il introduit ensuite deux nouvelles directions  $\vec{a}'$  et  $\vec{b}'$  qui correspondent à une autre disposition des instruments de mesure et il étudie la différence :

$$(2) \quad P(\vec{a}, \vec{b}) - P(\vec{a}, \vec{b}') = \int d\lambda \rho(\lambda) [A(\vec{a}, \lambda) B(\vec{b}, \lambda) - A(\vec{a}, \lambda) B(\vec{b}', \lambda)]$$

En ajoutant et en retranchant une même expression sous le signe somme, il met cette égalité sous la forme :

$$(3) \quad P(\vec{a}, \vec{b}) - P(\vec{a}, \vec{b}') = \int d\lambda \rho(\lambda) A(\vec{a}, \lambda) B(\vec{b}, \lambda) \left[ 1 \pm A(\vec{a}', \lambda) B(\vec{b}', \lambda) \right] - \int d\lambda \rho(\lambda) A(\vec{a}, \lambda) B(\vec{b}', \lambda) \left[ 1 \pm A(\vec{a}', \lambda) B(\vec{b}, \lambda) \right]$$

Or, on sait d'une part que  $\rho(\lambda)$  est normé à l'unité et, d'autre part, que  $|AB| = 1$ . Cette dernière égalité entraîne que les deux expressions entre crochets qui figurent sous les signes d'intégration sont positives et :

$$(4) \quad |P(\vec{a}, \vec{b}) - P(\vec{a}, \vec{b}')| \leq \int d\lambda \rho(\lambda) \left[ 1 \pm A(\vec{a}', \lambda) B(\vec{b}', \lambda) \right] + \int d\lambda \rho(\lambda) \left[ 1 \pm A(\vec{a}', \lambda) B(\vec{b}, \lambda) \right]$$

Il s'ensuit, d'après la définition (1) :

$$|P(\vec{a}, \vec{b}) - P(\vec{a}, \vec{b}')| \leq 2 \pm P(\vec{a}', \vec{b}') + P(\vec{a}', \vec{b})$$

d'où finalement :

$$(5) \quad |P(\vec{a}, \vec{b}) - P(\vec{a}, \vec{b}')| + |P(\vec{a}', \vec{b}') + P(\vec{a}', \vec{b})| \leq 2$$

ce qui est l'inégalité de BELL sous la forme que lui ont donnée MM. CLAUSER, HORNE, SHIMONY et HOLT (4), en même temps qu'ils proposaient une expérience test qui a été par la suite réalisée par MM. CLAUSER ET FREEDMANN (5) et dont le résultat fut négatif.

Examinons maintenant de plus près les hypothèses sur lesquelles repose le raisonnement de M. BELL et qui sont incluses dans sa définition des moyennes.

L'une d'elles est l'hypothèse de "localité" dont nous ne dirons rien de plus ici.

Mais une seconde hypothèse (de nature statistique) est donnée par M. BELL comme allant de soi, alors que selon nous, elle vicie son raisonnement : elle consiste à calculer les valeurs moyennes des résultats des mesures à l'aide de la densité de répartition  $\rho(\lambda)$  des paramètres cachés dans l'état initial du système. La statistique qui est ainsi introduite sur les résultats des mesures ne dépend donc pas de l'opération de mesure elle-même. MM. CLAUSER, HORNE, SHIMONY et HOLT (4) insistent même sur ce point en disant : "...since the pair of particles is generally emitted by a source in a manner physically independent of the adjustable parameters  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ , we assume that the normalized probability distribution  $\rho(\lambda)$  characterizing the ensemble is independent of  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ ". Cette remarque est certainement correcte si on l'applique à la densité initiale de répartition des paramètres cachés, mais là n'est pas la question : elle est de savoir si c'est bien cette densité là qui doit figurer dans le calcul des

moyennes des résultats des mesures. Mais voyons les conséquences immédiates de l'hypothèse de BELL.

D'après cette hypothèse, nous avons donc une densité de répartition unique pour le calcul des moyennes de toutes les grandeurs observées. A l'aide de cette densité  $\rho(\lambda)$ , nous pourrions facilement définir la probabilité  $P_{\vec{a}}(\alpha)$  de trouver la valeur  $A(\vec{a}, \lambda) = \alpha$  ( $\alpha = \pm 1$ ), comme résultat d'une mesure du spin de la particule  $a$  dans la direction  $\vec{a}$ ; et nous aurons une probabilité analogue, afférente à une mesure du spin de la même particule dans la direction  $\vec{a}'$ .

En effet, si nous définissons dans l'espace de configuration  $\mathcal{E}\{\lambda\}$  des paramètres cachés  $\lambda$ , les deux sous-espaces suivants :

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{E}_{\alpha} = \mathcal{E}_{A(\vec{a}, \lambda) = \alpha} = \mathcal{E}\{\lambda / A(\vec{a}, \lambda) = \alpha\} \quad (\alpha = \pm 1) \\ \mathcal{E}_{\alpha'} = \mathcal{E}_{A(\vec{a}', \lambda) = \alpha'} = \mathcal{E}\{\lambda / A(\vec{a}', \lambda) = \alpha'\} \quad (\alpha' = \pm 1) \end{array} \right.$$

nous aurons les probabilités :

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} P_{\vec{a}}(\alpha) = \text{Pr} \{ A(\vec{a}, \lambda) = \alpha \} = \int \mathcal{E}_{\alpha} \rho(\lambda) d\lambda \\ P_{\vec{a}'}(\alpha') = \text{Pr} \{ A(\vec{a}', \lambda) = \alpha' \} = \int \mathcal{E}_{\alpha'} \rho(\lambda) d\lambda \end{array} \right.$$

Mais nous pouvons également définir la probabilité :

$$(8) \quad P_{\vec{a}, \vec{a}'}(\alpha, \alpha') = \text{Pr} \{ A(\vec{a}, \lambda) = \alpha, A(\vec{a}', \lambda) = \alpha' \} = \int \mathcal{E}_{\alpha} \mathcal{E}_{\alpha'} \rho(\lambda) d\lambda$$

et ceci n'est autre que la probabilité d'obtenir la valeur  $\alpha$  pour la mesure du spin de la particule  $\alpha$  dans la direction  $\vec{a}$  et la valeur  $\alpha'$  pour la mesure du spin de la même particule dans une autre direction  $\vec{a}'$ .

Comme une mesure du spin ne peut fournir que les valeurs  $\pm 1$  (ramenées ici à l'unité) nous aurons :

$$(9) \quad \mathcal{E}_{\alpha=-1} \cup \mathcal{E}_{\alpha=1} = \mathcal{E}\{\lambda\}, \quad \mathcal{E}_{\alpha'=-1} \cup \mathcal{E}_{\alpha'=1} = \mathcal{E}\{\lambda\}$$

Il en découle que

$$(10) \quad \int_{\mathcal{E}_{\alpha=1}} \rho(\lambda) d\lambda + \int_{\mathcal{E}_{\alpha=-1}} \rho(\lambda) d\lambda = \int_{\mathcal{E}_{\alpha}} \rho(\lambda) d\lambda$$

d'où l'on tire, en vertu des définitions (7) et (8) :

$$(11) \quad P_{\vec{a}}^+(\alpha) = \sum_{\alpha'=\pm 1} P_{\vec{a}, \vec{a}'}^+(\alpha, \alpha'), \quad P_{\vec{a}}^+(\alpha') = \sum_{\alpha=\pm 1} P_{\vec{a}, \vec{a}'}^+(\alpha, \alpha')$$

ce qui est le théorème des probabilités totales.

Définissons maintenant les deux nouvelles probabilités :

$$(12) \quad P_{\vec{a}}^{\vec{a}'}(\alpha, \alpha') = \frac{P_{\vec{a}, \vec{a}'}^+(\alpha, \alpha')}{P_{\vec{a}}^+(\alpha')} , \quad P_{\vec{a}}^{\vec{a}}(\alpha, \alpha') = \frac{P_{\vec{a}, \vec{a}'}^+(\alpha, \alpha')}{P_{\vec{a}}^+(\alpha)}$$

La première est la probabilité d'obtenir la valeur  $\alpha$  comme résultat d'une mesure de la projection du spin de la particule  $\alpha$  dans la direction  $\vec{a}$  quand on sait déjà que la composante  $\vec{a}'$  est égale à  $\alpha'$ . La seconde est la probabilité de trouver la valeur  $\alpha'$  de la composante  $\vec{a}'$  quand on sait que la mesure de la composante  $\vec{a}$  est égale à  $\alpha$ .

D'après (11), nous aurons :

$$(13) P_{\vec{a}}^+(\alpha) = \sum_{\alpha'=\pm 1} P_{\vec{a}}^+(\vec{a}')(\alpha, \alpha') P_{\vec{a}}^+(\alpha') ; P_{\vec{a}}^+(\alpha') = \sum_{\alpha=\pm 1} P_{\vec{a}}^+(\vec{a})(\alpha, \alpha') P_{\vec{a}}^+(\alpha)$$

nous trouvons donc le théorème des probabilités composées.

Les relations (11), (12), (13) constituent ce qu'on appelle le schéma classique des statisticiens. Elles reposent sur l'existence d'une probabilité  $P_{\vec{a}, \vec{a}'}^+(\alpha, \alpha')$  et donc sur l'hypothèse implicite qu'il est possible d'obtenir grâce à un même dispositif de mesure, ou grâce à des dispositifs compatibles entre eux, les deux valeurs  $\alpha$  et  $\alpha'$  pour les projections du spin de  $\vec{a}$  sur  $\vec{a}$  et  $\vec{a}'$ .

Avant même d'étudier plus en détail le problème du schéma statistique d'une théorie à variables cachées, remarquons que les projections du spin d'une particule suivant deux directions différentes ne sont pas simultanément mesurables, c'est pourquoi la probabilité  $P_{\vec{a}, \vec{a}'}^+(\alpha, \alpha')$  n'existe pas dans le schéma statistique usuel de la Mécanique ondulatoire. Donc l'hypothèse de BELL va contre les calculs habituels sur les résultats des mesures ; en particulier, elle est, de ce fait, contraire aux relations d'HEISENBERG. Il n'est donc pas étonnant que M. BELL tire de ses hypothèses des conclusions qui contredisent la Mécanique ondulatoire usuelle et qui seront évidemment mises en défaut par toute expérience qui sera du ressort de celle-ci.

Soulignons que l'hypothèse statistique dont nous venons de parler est effectivement utilisée par M. BELL dans son raisonnement. Il l'utilise dès la formule (2) qui exprime la différence  $P(\vec{a}, \vec{b}) - P(\vec{a}, \vec{b}')$ , où il calcule les deux moyennes sur les résultats des mesures à l'aide de la seule densité  $\rho(\lambda)$ , alors que l'une des moyennes porte sur une mesure du spin de la particule  $b$  dans la direction  $\vec{b}$ , tandis que la seconde moyenne contient le

résultat de la mesure du spin de la même particule dans une autre direction  $\vec{b}'$ . De plus, lorsqu'on passe de l'expression (2) à l'expression mathématiquement équivalente (3), on ajoute et on retranche sous le signe d'intégration le produit de fonctions :

$$\pm \rho(\lambda) A(\vec{a}, \lambda) A(\vec{a}', \lambda) B(\vec{b}, \lambda) B(\vec{b}', \lambda)$$

ce qui suppose qu'il est possible de connaître, par une opération de mesure effectuée dans l'état  $\lambda$  du système, les composantes  $\vec{a}$  et  $\vec{a}'$  du spin de  $a$  et les composantes  $\vec{b}$  et  $\vec{b}'$  du spin de  $b$ .

On pourrait nous répondre ceci :

"Il est vrai que nous ne pouvons pas mesurer au cours d'une même expérience, deux projections différentes  $\vec{b}$  et  $\vec{b}'$  du spin d'une même particule  $b$ , mais nous pouvons concevoir, pour le même état  $\lambda$  de cette particule, deux expériences différentes pour la mesure de chacune de ces deux projections et définir la probabilité  $P_{\vec{b}, \vec{b}'}^+(\beta, \beta')$  de trouver  $\beta$  si l'on mesure la projection  $\vec{b}$  et  $\beta'$  si l'on mesure la projection  $\vec{b}'$ ."

Cet argument est faux car l'impossibilité de connaître, au cours d'une même expérience, deux projections différentes du spin d'une particule ne provient pas d'une simple incompatibilité d'appareillage : elle provient de ce que l'état de la particule dans lequel la valeur de la composante  $\vec{b}$  est mesurable n'est pas le même que celui dans lequel la valeur de la composante  $\vec{b}'$  est mesurable. C'est pourquoi l'opération de mesure d'une composante du spin, modifiant l'état de la particule, modifie également les prévisions statistiques sur la mesure d'une autre composante et c'est cela qui interdit de définir, dans un état donné d'une particule, une densité de probabilité telle que  $P_{\vec{a}, \vec{a}'}^+(\alpha, \alpha')$  ou  $P_{\vec{b}, \vec{b}'}^+(\beta, \beta')$ .

En somme, le raisonnement de BELL ne fait que retrouver par une voie détournée, dans le cas particulier de la mesure d'un spin, le fait bien connu que la statistique des résultats de mesure

en Mécanique Quantique Usuelle, n'obéit pas au schéma statistique classique (2).

La question qui se pose maintenant est celle-ci : l'hypothèse statistique implicitement admise par M. BELL s'impose-t-elle, condamnant aussitôt toute théorie à paramètres cachés, ou peut-on au contraire en adopter une autre qui laisse la voie ouverte ? En fait, c'est le second terme de l'alternative qui est le bon et la théorie de la double solution nous fournit précisément un exemple d'une théorie à paramètres cachés qui est contraire à l'hypothèse de BELL et dont les prévisions s'accordent avec les résultats statistiques certainement exacts de la Mécanique ondulatoire sous sa forme habituellement admise.

En effet, lorsqu'on veut rendre compte des lois de la Mécanique ondulatoire en admettant l'existence d'un déterminisme sous-jacent, on est amené à considérer que chaque particule se trouve, avant toute observation, dans un état bien déterminé, où toutes les grandeurs physiques qui la caractérisent sont simultanément définies par un ensemble de paramètres  $\lambda$  qui sont cachés parce que nous ignorons leurs valeurs exactes ; ces valeurs de  $\lambda$  seront distribuées suivant une certaine densité  $\rho(\lambda)$ . Nous sommes jusqu'ici d'accord avec M. BELL, ainsi qu'avec MM. CLAUSER et al. lorsqu'ils disent que cette densité initiale  $\rho(\lambda)$  n'a évidemment aucune raison de dépendre de telle mesure à venir.

Considérons maintenant une certaine direction  $\vec{a}$  de l'espace. Le spin de la particule possède, d'après nos hypothèses et toujours avant la mesure, une certaine projection sur  $\vec{a}$  qui dépend des paramètres  $\lambda$  et que nous désignerons par  $s(\vec{a}, \lambda)$  ; nous aurons de même une projection  $s(\vec{a}', \lambda)$  sur une autre direction  $\vec{a}'$ . Mais, tout comme les paramètres  $\lambda$  dont elles dépendent, les grandeurs  $s(\vec{a}, \lambda)$  et  $s(\vec{a}', \lambda)$  sont des grandeurs cachées et on ne doit pas les confondre avec les résultats d'une mesure de ces projections, que M. BELL désigne par  $A(\vec{a}, \lambda)$  et  $A(\vec{a}', \lambda)$ . En particulier, ces grandeurs  $s$  n'auront généralement pas, et en tout cas pas toutes

deux à la fois, les valeurs quantifiées obtenues par la mesure : leurs valeurs  $\alpha$  et  $\alpha'$  pourront ici occuper un certain continuum:

Sur ces grandeurs cachées  $s(\vec{a}, \lambda)$  et  $s(\vec{a}', \lambda)$ , nous pouvons maintenant construire une statistique et celle-ci obéira au schéma classique, puisque les grandeurs sont simultanément définies (mais attention, nous ne disons pas simultanément mesurables!). Écrivons pour simplifier  $s$  et  $s'$  pour les grandeurs précédentes et désignons par  $\Lambda$ ,  $S$  et  $S'$  les variables aléatoires dont les valeurs possibles seront respectivement  $\lambda$ ,  $s$  et  $s'$ . Nous aurons d'abord les densités de probabilités conditionnelles :

$$(14) \quad \begin{matrix} (\Lambda) \\ \rho \\ S \end{matrix} (\alpha, \lambda) = \delta(\alpha - s(\lambda))$$

$$\begin{matrix} (\Lambda) \\ \rho \\ S' \end{matrix} (\alpha', \lambda) = \delta(\alpha' - s'(\lambda))$$

qui signifient simplement que si  $\Lambda$  prend la valeur  $\lambda$ ,  $S$  prend la valeur  $\alpha = s(\lambda)$  et  $S'$  la valeur  $\alpha' = s'(\lambda)$ .

Alors les densités de répartition de  $S$  et  $S'$  seront :

$$(15) \quad \rho_S(\alpha) = \int \rho(\lambda) \delta(\alpha - s(\lambda)) d\lambda$$

$$\rho_{S'}(\alpha') = \int \rho(\lambda) \delta(\alpha' - s'(\lambda)) d\lambda$$

et la probabilité que  $S$  prenne une valeur comprise entre  $\alpha$  et  $\alpha + d\alpha$  et  $S'$  une valeur comprise entre  $\alpha'$  et  $\alpha' + d\alpha'$  sera donnée par la densité

$$(16) \quad \rho(\alpha, \alpha') = \int \rho(\lambda) \delta(\alpha - s(\lambda)) \delta(\alpha' - s'(\lambda)) d\lambda$$

On vérifie que :

$$(17) \rho_S(\alpha) = \int \rho(\alpha, \alpha') d\alpha' ; \rho_{S'}(\alpha') = \int \rho(\alpha, \alpha') d\alpha$$

Nous aurons donc le schéma statistique classique ; nous en tirerons aisément les moyennes des grandeurs  $S$  et  $S'$  et, pourvu que les valeurs, donc les fonctions  $s(\lambda)$  et  $s'(\lambda)$  restent bornées, on en déduirait des inégalités du type de celles étudiées par M. BELL.

Mais ce schéma statistique est-il "observable", pouvons-nous le contrôler par des opérations de mesure ? C'est précisément cela que suppose M. BELL dans son théorème (et que supposait déjà VON NEUMANN dans le sien) : il suppose que les probabilités de répartition et les valeurs prises par les grandeurs cachées telles que  $s(\lambda)$  et  $s'(\lambda)$  sont celles qu'on enregistre expérimentalement. Cette erreur conduit M. BELL au même truisme que VON NEUMANN, à savoir que le schéma classique est incompatible avec la statistique des résultats des mesures en Mécanique ondulatoire usuelle. Nous devons absolument admettre, au contraire, que la mesure est une opération qui modifie, en général, l'état du système observé, si bien que non seulement les valeurs mesurées des grandeurs physiques ne sont pas nécessairement celles que nous avons définies comme grandeurs cachées, mais les probabilités que nous venons de définir ne sont en général pas celles qu'on observe : ce sont des probabilités cachées.

Il était donc parfaitement licite, et même évident, de supposer que la densité initiale  $\rho(\lambda)$  ne dépend pas de  $\vec{a}$  (ou de  $\vec{b}$ ), mais ce n'est pas cette densité là qui intervient dans la statistique des résultats des mesures : on peut en être certain, en raison même du fait que si l'on adopte cette densité initiale, on en tire un schéma statistique classique sur les résultats des mesures qui est incompatible avec celui que nous connaissons déjà en Mécanique ondulatoire et que nous savons être vrai.

Le problème est donc de comprendre par une analyse du processus de mesure comment l'appareil modifie l'état du système de façon qu'apparaissent les valeurs observées et les densités de probabilité correctement calculées par la Mécanique ondulatoire usuelle. C'est précisément cette analyse que M. Louis de BROGLIE (2) a donnée en théorie de la double solution en décrivant non la mesure des composants d'un spin, mais celle de la position et de l'impulsion d'une particule, ce qui est l'exemple typique de deux grandeurs non simultanément mesurables. Nous allons résumer ici ces considérations en prenant pour exemple la mesure d'une composante de spin.

La théorie de la mesure en théorie de la double solution (2)(10) repose sur deux idées essentielles. La première est que la mesure de toute grandeur physique associée à une particule se ramène finalement à une mesure de position. Dans les mesures que nous appelons de "première espèce"(2), le rôle de l'appareil de mesure consiste à modifier l'état de mouvement du corpuscule observé, de façon telle que celui-ci soit contraint de choisir entre plusieurs directions possibles et que, dans chacune d'elles, la grandeur que l'on cherche à mesurer ait une valeur bien déterminée, qui correspond à l'une des valeurs propres de l'opérateur quantique correspondant. Ainsi, l'enregistrement de la présence du corpuscule dans une certaine direction, à la sortie de l'appareil, permet de lui attribuer univoquement l'une des valeurs propres de la grandeur cherchée. C'est ainsi qu'on trouve l'orientation d'un spin dans l'expérience de STERN et GERLACH ou qu'on mesure son amplitude dans l'appareil à jet corpusculaire de RABI ; dans ce dernier cas, en effet, la mesure se ramène à la recherche d'une résonance hertziennne en détectant le "signal de sortie" du jet, autrement dit en mesurant la probabilité de présence des corpuscules dans une certaine direction, après la traversée de l'appareil.

Nous ne mentionnerons que pour mémoire le cas, que nous n'envisagerons pas ici, des mesures de "deuxième espèce", où la particule dont on enregistre la position n'est pas celle qu'on étudie, mais une particule secondaire issue d'une collision avec la première ou émise spontanément par elle.

Certes, ce cas correspond au type d'expérience étudié par BELL (expériences du type EINSTEIN, PODOLSKY et ROSEN) mais le cas simple des mesures de première espèce suffit ici à illustrer notre propos, puisque nous n'étudions que les conséquences statistiques, à notre avis erronées, que les hypothèses de BELL entraînent pour chacune des deux particules a et b considérée indépendamment de l'autre.

La seconde idée importante, conséquence de la première, est que si l'on veut pouvoir mesurer une grandeur physique en enregistrant la position du corpuscule, il faut que l'appareil de mesure scinde l'onde initiale, auquel le corpuscule est incorporé, en plusieurs trains d'ondes séparés dans l'espace et correspondant chacun à une valeur déterminée de la grandeur étudiée, de façon telle que, si l'on enregistre la présence du corpuscule dans l'un des trains d'ondes, on puisse en déduire univoquement la valeur cherchée. Observons à ce sujet que les polariseurs placés à l'entrée et à la sortie de l'appareil de RABI, que nous venons de citer, visent précisément à cette séparation des trains d'ondes et le dispositif de STERN et GERLACH n'est lui-même qu'un tel polariseur.

Enfin, rappelons que les deux idées précédentes ne vont pas sans l'idée fondamentale de la théorie de la double solution qui est celle de la localisation permanente des corpuscules. En renvoyant le lecteur à des publications antérieures (12) pour de plus amples développements, rappelons quelques points essentiels de cette conception. Nous considérerons que le mouvement du corpuscule est guidé par une certaine onde  $v$  à laquelle

il est incorporé, qui est de faible amplitude et incapable par elle-même d'exciter les appareils d'enregistrement actuellement connus. Cette onde est solution de l'équation de SCHROEDINGER (ou de telle autre équation de la Mécanique ondulatoire) excepté dans une petite région entourant le corpuscule et, peut-être, sur les bords des trains d'ondes.

L'onde  $\psi$  habituelle, élément de prévision probabiliste et portant de ce fait un caractère subjectif, contrairement au caractère matériel de l'onde  $v$ , sera représentée par une fonction proportionnelle à  $v$  ( $\psi = cv$ ) et normée à l'unité. La probabilité de présence du corpuscule en un point de l'espace sera  $|\psi|^2$ .

Supposons maintenant que  $Q$  soit la grandeur physique à étudier, désignons par la même lettre l'opérateur quantique correspondant, par  $q_k$  ses valeurs propres et par  $\phi_k$  ses fonctions propres que nous supposerons normées à l'unité. Ces fonctions constituant un système complet, nous pourrons écrire pour l'onde  $v$  le développement :

$$(18) \quad v = \sum_k \gamma_k \phi_k \quad (\gamma_k = \text{Cnste})$$

et nous aurons pour  $\psi$  un développement analogue :

$$(19) \quad \psi = \sum_k C_k \phi_k \quad (C_k = C\gamma_k)$$

où  $C$  est la constante de proportionnalité entre  $v$  et  $\psi$  (constante de normalisation).

L'appareil de mesure aura pour résultat de morceler dans l'espace, en trains d'ondes distincts l'onde  $v$  initiale et chacun de ces trains d'ondes correspondra à l'une des composantes du développement (18).

D'après la théorie de la double solution, la particule était localisée dans l'onde  $v$  avant le passage dans l'appareil de mesure et, en suivant une trajectoire généralement très compliquée, elle se trouvera à la sortie de l'appareil dans l'un des trains d'ondes  $\phi_k$ . Si nous connaissons les conditions initiales, c'est-à-dire la localisation initiale de la particule dans l'onde, nous pourrions, en calculant sa trajectoire, prévoir exactement son train d'ondes de sortie et, par conséquent, la valeur propre  $q_k$ . Mais, ne connaissant que la densité  $|\psi(\vec{r})|^2$  de sa probabilité de position dans l'onde initiale, nous ne pourrions prévoir que les probabilités  $|C_k|^2$  de trouver la particule dans tel ou tel train d'ondes  $\phi_k$  et par conséquent, de pouvoir lui attribuer telle valeur  $q_k$ .

Revenons maintenant à la mesure d'une composante du spin. En nous plaçant, pour plus de simplicité, dans le cas non relativiste, nous représenterons l'onde associée à la particule par un spineur à deux composantes obéissant à l'équation de PAULI. Les paramètres cachés que BELL désignait par  $\lambda$  seront ici les coordonnées de la position  $\vec{r}$  de la particule dans l'onde ; la densité  $\rho(\lambda)$  s'écrira donc :

$$(20) \quad \rho(\vec{r}) = \psi^*(\vec{r}) \psi(\vec{r}) = |\psi_1(\vec{r})|^2 + |\psi_2(\vec{r})|^2$$

avec

$$(21) \quad \psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}, \quad \int \rho(\vec{r}) dv = 1$$

Dans un état  $\psi$  quelconque de la particule, nous définirons un spin :

$$(22) \quad s(\vec{r}) = \frac{\psi^* \sigma \psi}{\psi^* \psi}$$

où  $\sigma_{op}$  désigne l'ensemble des matrices de PAULI :

$$(23) \quad \sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

La formule (22) signifie que si la particule se trouve au point  $\vec{r}$  de l'onde  $\psi(\vec{r})$ , elle y possède le spin  $s(\vec{r})$ . Mais, pour l'instant, la position  $\vec{r}$  de la particule nous est inconnue, nous n'en connaissons que la densité de probabilité  $\rho(\vec{r})$  donnée par (20); le spin est donc une variable cachée pour laquelle nous pouvons écrire aussitôt les formules (14) à (17) en y introduisant simplement les expressions (20) et (22) de  $\rho(\vec{r})$  et  $\vec{s}(\vec{r})$ . Mais, il est important de remarquer que les probabilités définies par ces formules (14) à (17) sont cachées elles aussi, car nous ne pouvons pas mesurer les composantes du spin sans changer la forme de l'onde  $\psi(\vec{r})$ , donc sans changer la densité et par là même toutes les autres distributions de probabilités.

Supposons en effet que nous voulions d'abord mesurer la composante du spin parallèle à une certaine direction  $\vec{a}$  de l'espace. Nous pourrions y parvenir en faisant passer la particule dans un champ magnétique inhomogène orienté dans la direction  $\vec{a}$ . Ce champ séparerait l'onde en deux trains d'ondes distincts qui seraient tels que si l'on enregistre la particule dans l'un d'eux, nous saurons que  $\vec{s}(\vec{a}, \vec{r}) = 1$  et si on l'enregistre dans l'autre, nous saurons que  $\vec{s}(\vec{a}, \vec{r}) = -1$ .

Identifions alors à cette direction  $\vec{a}$ , l'axe des z de l'espace. Nous aurons, d'après (22) et (23) :

$$(24) \quad \vec{s}(\vec{a}, \vec{r}) = s_3(\vec{r}) = \frac{\psi^* \sigma_3 \psi}{\psi^* \psi}$$

soit encore :

$$(25) \quad a_3(r) = \frac{\psi_1^* \psi_1 - \psi_2^* \psi_2}{\psi_1^* \psi_1 + \psi_2^* \psi_2}$$

Le train d'ondes pour lequel  $a_3 = 1$  sera donc tel que

$$(26) \quad \psi^+ = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

et celui pour lequel  $a_3 = -1$  sera :

$$(27) \quad \psi^- = \begin{pmatrix} 0 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$$

L'onde totale à la sortie du champ magnétique sera :  $\psi = \psi^+ + \psi^-$  mais comme les deux composantes  $\psi^+$  et  $\psi^-$  sont séparées dans l'espace, occupant deux régions disjointes  $R^+$  et  $R^-$ , la probabilité d'observer la valeur  $+1$  de la composante  $S_3$  du spin sera égale à :

$$(28) \quad P^+ = \int_{R^+} \psi^* \psi \, dv = \int |\psi_1|^2 \, dv$$

tandis que la probabilité d'observer la valeur  $-1$  s'écrira :

$$(29) \quad P^- = \int_{R^-} \psi^* \psi \, dv = \int |\psi_2|^2 \, dv$$

La normalisation de l'onde nous assure que :

$$P^+ + P^- = 1$$

Il va sans dire que seule la composante  $s_3$  du spin a ses valeurs distribuées suivant la loi de probabilité élémentaire donnée en  $P^+$  et  $P^-$  et on voit en outre que cette loi est différente de la loi (15) qui donnait les distributions cachées avant la mesure.

Supposons maintenant que nous ayons voulu mesurer la composante du spin suivant une autre direction que  $\vec{a}$ , désignons la par  $\vec{a}'$ . Nous aurions repris un dispositif en tout point analogue, mais en orientant son champ magnétique suivant  $\vec{a}'$  et c'est le long de cette nouvelle direction que deux trains d'ondes (différents de ceux que nous avons précédemment obtenus) se seraient alors séparés. Chacun de ces trains d'ondes correspondrait à l'une des deux valeurs  $+1$  ou  $-1$  de la composante  $s$  ( $\vec{a}', \vec{r}$ ). Nous pourrions alors obtenir, pour ces deux valeurs, des probabilités  $P'^+$  et  $P'^-$  d'expressions semblables à celles que nous venons d'obtenir; mais pour cela, il est nécessaire de changer de système de référence et de prendre pour axe des  $z$  non plus la direction  $\vec{a}$  mais la direction  $\vec{a}'$  rendant maintenant caduques les expressions (28) et (29).

On voit donc que si l'on admet, comme on le fait en théorie de la double solution, que les paramètres cachés sont les coordonnées de la particule, la mesure de deux composantes différentes d'un spin exige deux partitions différentes et incompatibles entre elles du train d'ondes initial. Il s'ensuit évidemment que la densité de probabilité  $p(\vec{r})$  qui était valable dans l'onde initiale fera place, après le passage dans le champ magnétique, à deux densités différentes  $p(\vec{a}, \vec{r})$  et  $p(\vec{a}', \vec{r})$  correspondant respectivement à la mesure de la composante  $s(\vec{a})$  et de la composante  $s(\vec{a}')$  du spin. C'est cela qui nous interdit d'écrire une formule analogue à la formule (1) qui n'est, en réalité, valable que pour les distributions cachées et non pour le résultat des mesures.

Remarquons, pour terminer, que les développements qui précèdent visent seulement à réfuter le raisonnement grâce auquel BELL parvient à son inégalité, ainsi que les conclusions qu'il en tire.

Mais cette réfutation n'interdit évidemment pas que l'inégalité en question soit satisfaite dans certains cas par des mesures d'événements corrélés. En effet, l'inégalité de BELL sera vraie dès que la corrélation entre deux mesures s'affaiblira suffisamment (on le voit sur la formule (5)) et cela quelle que soit la cause de cet affaiblissement. On peut dire, en général, que si, pour une certaine raison, l'état initial du système des deux particules (ou bien un état intermédiaire) n'est pas un état pur mais un mélange, l'inégalité a des chances d'être satisfaite. De telles circonstances pourraient, par exemple, se présenter lors de l'émission de deux photons en cascade, si le niveau intermédiaire est dégénéré et possède un temps de vie suffisant pour qu'un mélange puisse se produire entre les états dégénérés.

Mais cela signifie qu'on doit alors observer la plus grande prudence quant au caractère "crucial" qu'on serait tenté d'attribuer à de telles expériences de corrélation, qu'elle qu'en soit d'ailleurs l'issue.

B I B L I O G R A P H I E

- 1) - J. VON NEUMANN      Mathematical foundations of quantum Mechanics  
Princeton University Press - Princeton, 1955
- 2) - L. de BROGLIE      La théorie de la mesure en Mécanique ondulatoire  
(interprétation usuelle et interprétation causale) Gauthier-Villars - Paris, 1957
- 3) - L. de BROGLIE      Etude critique des bases de l'interprétation  
actuelle de la Mécanique ondulatoire,  
Gauthier-Villars - Paris, 1963 (Trad. anglaise,  
Elsevier, Amsterdam).
- 4) - M. MUGUR  
SCHACHTER      Etude du caractère complet de la théorie  
quantique, Gauthier-Villars, Paris, 1964
- 5) - J.S. BELL      Rev. Mod. Phys. 38, p. 447 (1966)
- 6) - J.S. BELL      Physics, 1, p. 195 (1964)
- 7) - J.S. BELL      Foundations of quantum Mechanics, Proc. Int.  
Schools of Physics "Enrico Fermi" - Varenna,  
1971
- 8) - J.F. CLAUSER      M.A. HORNE, A. SHIMONY, R.A. HOLT, Phys.  
Rev. Lett. 23, p. 880 (1969).
- 9) - S.J. FREEDMAN  
J.F. CLAUSER      Phys. Rev. Lett. 28, p. 938 (1972)
- 10) - J. ANDRADE e  
SILVA      Foundations of Physics, 2, n°4, p. 245 (1972)
- 11) - J. ANDRADE e  
SILVA      Foundations of quantum Mechanics, Proc. Int.  
Schools of Physics "Enrico Fermi" - Varenna  
1971
- 12) - L. de BROGLIE      La réinterprétation de la Mécanique ondulatoire,  
Gauthier-Villars - Paris, 1971
- 13) - L. de BROGLIE      La Mécanique ondulatoire des systèmes de  
corpuscules, Gauthier-Villars, Paris, 1950  
C.A. Acad. Sciences, 278 B. 1974 p.721.



"Epistemological Letters" are not a scientific journal in the ordinary sense. They want to create a basis for an open and informal discussion allowing confrontation and ripening of ideas before publishing in some adequate journal.

Les "Lettres épistémologiques" ne voudraient pas être un périodique comme les autres. Elles désirent instaurer un mode de discussion libre et informel, permettant de confronter les idées, de les faire mûrir, avant leur éventuelle publication définitive dans une véritable revue.

Die "Epistemologischen Briefe" sollten keine wissenschaftliche Zeitschrift im üblichen Sinne sein. Sie möchten eher Gelegenheit bieten, frei und formlos Ideen auszutauschen und reifen zu lassen, welche dann in einer eigentlichen Fachzeitschrift veröffentlicht werden könnten.

Contributions, remarks, objections, answers should be sent to :

Les contributions, remarques, objections, réponses sont à envoyer :

Beiträge, Bemerkungen, Einwände, Antworten sind zu richten an :

ASSOCIATION FERDINAND GONSETH  
CASE POSTALE 1081  
CH - 2501 BIENNE.

Nouvelle adresse du secrétaire :

François Bonsack  
Avenue de la Gare 27  
CH - 1003 Lausanne.